

**UNA INTERFAZ EN JAVA PARA TÉCNICAS DE PENALIZACIÓN
USADAS CON ALGORITMOS GENÉTICOS**

por

Gerardo Segura Cortés

Instituto Tecnológico de Veracruz

Noviembre 2002

Instituto Tecnológico de Veracruz

Resumen

UNA INTERFAZ EN JAVA PARA
TÉCNICAS DE PENALIZACIÓN
USADAS CON ALGORITMOS
GENÉTICOS

Gerardo Segura Cortés

En esta tesis se presenta la implementación de cuatro técnicas de penalización empleadas con algoritmos genéticos aplicadas a la solución de un problema particular de optimización no lineal. Las técnicas implementadas son: pena de muerte, penalización adaptativa, penalización basada en recocido simulado y penalización dinámica. Previo a la presentación de las implementaciones se presenta la definición formal de un problema de optimización, se hace una revisión breve de otras formas de solucionar este tipo de problemas y se exponen brevemente de los fundamentos de los algoritmos genéticos. En seguida se exponen los detalles principales del diseño de la aplicación y de su implementación con el lenguaje Java. Por último se presentan los resultados obtenidos con la variación de los parámetros de las técnicas, con la finalidad de mostrar los efectos en la calidad de las soluciones halladas con los diferentes valores de parámetros.

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN.....	XI
I METODOLOGÍA DEL TRABAJO	1
1.1 OBJETIVO GENERAL	2
1.1.1 <i>Objetivos específicos</i>	2
1.2 HIPÓTESIS	3
1.3 ALCANCES Y LIMITACIONES.....	3
1.4 JUSTIFICACIÓN.....	3
II OPTIMIZACIÓN	5
2.1 FUNDAMENTOS.....	6
2.2 REVISIÓN DE TÉCNICAS CLÁSICAS	10
2.2.1 <i>Búsqueda por sección dorada</i>	10
2.2.2 <i>La programación lineal y el método simples</i>	10
2.2.3 <i>La programación dinámica</i>	12
2.4 <i>Técnicas Heurísticas</i>	12
III ALGORITMOS GENÉTICOS.....	14
3.1 INSPIRACIÓN EN LA NATURALEZA	15
3.2 FUNDAMENTOS Y FUNCIONAMIENTO	18
3.3 ESTRUCTURA DE UN ALGORITMO GENÉTICO.....	20
3.3.1 <i>Representación</i>	21
3.3.2 <i>Selección</i>	25
3.3.3 <i>Recombinación</i>	26
3.3.4 <i>Mutación</i>	27
3.4 TÉCNICAS DE OPTIMIZACIÓN CON RESTRICCIONES	27
3.4.1 <i>Penalización de muerte</i>	28
3.4.2 <i>Penalización basada en recocido simulado</i>	29
3.4.3 <i>Penalización dinámica</i>	29
3.4.4 <i>Penalización adaptativa</i>	30
IV IMPLEMENTACIÓN DE LAS TÉCNICAS.....	32
4.1 ARQUITECTURA DE LA APLICACIÓN.....	33
4.1.1 <i>Diagrama de estructura estática</i>	33
4.1.2 <i>Diagrama de actividades</i>	35
4.2 MANUAL DEL USUARIO	36
4.2.1 <i>Instalación e inicio de la aplicación</i>	36
4.2.2 <i>Ajuste de parámetros</i>	38
4.2.3 <i>Guardar y recuperar parámetros</i>	44

4.3.4 Ejecución del algoritmo.....	45
4.2.5 Revisión de resultados	46
4.2.6 Guardar resultados	48
4.2.7 Obtener ayuda e información.....	49
V RESULTADOS DE EXPERIMENTOS	51
5.1 DATOS OBTENIDOS.....	52
5.1.1 Variación de los parámetros generales del algoritmo	53
5.1.2 Variación del tamaño de la población	54
5.1.3 Variación del número de generaciones.....	59
5.1.4 Variación de la probabilidad de cruce	65
5.1.5 Variación de la probabilidad de mutación.....	71
5.2 AJUSTE DE LOS PARÁMETROS PARTICULARES DE CADA TÉCNICA.....	76
5.2.1 Penalización adaptativa	76
5.2.2 Penalización de recocido simulado	79
5.2.3 Penalización dinámica.....	82
5.3 COMPARACIÓN DE RESULTADOS	85
CONCLUSIONES	89
APÉNDICE 1: INSTALACIÓN DE UN CERTIFICADO DE AUTENTICIDAD EN MICROSOFT INTERNET EXPLORER	91
BIBLIOGRAFÍA.....	95

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

<i>No.</i>	<i>Ilustración</i>	<i>Página</i>
1	ILUSTRACIÓN DE UN VECINDARIO- ϵ PARA UNA FUNCIÓN DE UNA VARIABLE	9
2	PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN LINEAL, NÓTESE QUE LA ZONA FACTIBLE ES CONVEXA Y EL EL ÓPTIMO RESIDE EN UNO DE SUS VÉRTICES	11
3	REPRESENTATIVIDAD QUE UN ESQUEMA POSEE DE UN CONJUNTO DE CROMOSOMAS	22
4	ARQUITECTURA BÁSICA DEL <i>APPLET</i>	33
5	ORGANIZACIÓN DEL PAQUETE PRINCIPAL DEL <i>APPLET</i> Y LOS PAQUETES DE CADA ALGORITMO	34
6	RELACIÓN DE LOS ALGORITMOS CON LOS PANELES DE LA INTERFAZ DE USUARIO	34
7	DIAGRAMA DE ACTIVIDADES DE LOS PANELES DE CADA TÉCNICA	35
8	ASPECTO INICIAL DE LA APLICACIÓN DESPUÉS DE QUE HA SIDO CARGADA.	37
9	CONTROL DE SELECCIÓN DE LA TÉCNICA QUE ESTÁ ACTIVA.	38
10	PANEL DE AJUSTE DE PARÁMETROS DEL ALGORITMO GENÉTICO.	39
11	ILUSTRACIÓN DE LOS PARÁMETROS ESPECÍFICOS DE LA TÉCNICA ADAPTATIVA.	41
12	ILUSTRACIÓN DE LOS PARÁMETROS PARTICULARES DE LA TÉCNICA BASADA EN RECOCIDO SIMULADO.	42
13	ILUSTRACIÓN DE LAS LOS PARÁMETROS DE LA TÉCNICA DINÁMICA.	43
14	OPCIÓN DEL MENÚ ARCHIVO PARA GUARDAR LOS VALORES ESPECIFICADOS A LOS PARÁMETROS.	45
15	OPCIÓN DEL MENÚ ARCHIVO PARA CARGAR LOS VALORES ESPECIFICADOS A LOS PARÁMETROS.	45
16	EL BOTÓN GENERAR , EL CUAL INICIA EL PROCESO EVOLUTIVO.	46
17	EL CONTROL DE DESPLAZAMIENTO SOBRE LOS REPORTES POR GENERACIÓN.	47
18	EL BOTÓN PARA VISUALIZAR LOS DATOS DEL MEJOR INDIVIDUO GLOBAL.	48
19	ASPECTO DEL BOTÓN PARA GUARDAR LA GENERACIÓN ACTUAL.	49
20	OPCIÓN DEL MENÚ ARCHIVO PARA GUARDAR LOS RESULTADOS DE LAS GENERACIONES SELECCIONADAS.	49
21	LA OPCIÓN DEL MENÚ QUE MUESTRA LA AYUDA EN LÍNEA.	50
22	OPCIÓN DEL MENÚ QUE MUESTRA INFORMACIÓN DE LA APLICACIÓN.	50
23	VARIACIÓN DEL TAMAÑO DE POBLACIÓN EN LA TÉCNICA DE PENA DE MUERTE.	55

24	VARIACIÓN DEL TAMAÑO DE POBLACIÓN EN LA TÉCNICA DE PENALIZACIÓN ADAPTATIVA.	56
25	VARIACIÓN DEL TAMAÑO DE POBLACIÓN EN LA TÉCNICA DE PENALIZACIÓN DE RECOCIDO SIMULADO.	57
26	VARIACIÓN DEL TAMAÑO DE POBLACIÓN EN LA TÉCNICA DE PENALIZACIÓN DINÁMICA.	59
27	MEJORES INDIVIDUOS HALLADOS POR GENERACIÓN EN LA TÉCNICA DE PENA DE MUERTE.	61
28	MEJORES INDIVIDUOS HALLADOS POR GENERACIÓN EN LA TÉCNICA DE PENALIZACIÓN ADAPTATIVA.	62
29	MEJORES INDIVIDUOS HALLADOS POR GENERACIÓN EN LA TÉCNICA DE RECOCIDO SIMULADO.	64
30	MEJORES INDIVIDUOS HALLADOS POR GENERACIÓN EN LA TÉCNICA DE PENALIZACIÓN DINÁMICA.	65
31	GRÁFICA DE LOS RESULTADOS DE LA VARIACIÓN DE LA PROB. DE CRUCE EN LA TÉCNICA DE PENA DE MUERTE.	67
32	GRÁFICA DE LOS RESULTADOS DE LA VARIACIÓN DE LA PROB. DE CRUCE EN LA TÉCNICA DE PENALIZACIÓN ADAPTATIVA.	68
33	GRÁFICA DE LOS RESULTADOS DE LA VARIACIÓN DE LA PROB. DE CRUCE EN LA TÉCNICA DE PENALIZACIÓN DE RECOCIDO SIMULADO.	69
34	GRÁFICA DE LOS RESULTADOS DE LA VARIACIÓN DE LA PROB. DE CRUCE EN LA TÉCNICA DE PENALIZACIÓN DINÁMICA.	71
35	GRÁFICA DE LOS RESULTADOS DE LA VARIACIÓN DE LA PROB. DE MUTACIÓN EN LA TÉCNICA DE PENA DE MUERTE.	72
36	GRÁFICA DE LOS RESULTADOS DE LA VARIACIÓN DE LA PROB. DE MUTACIÓN EN LA TÉCNICA DE PENALIZACIÓN ADAPTATIVA.	73
37	GRÁFICA DE LOS RESULTADOS DE LA VARIACIÓN DE LA PROB. DE MUTACIÓN EN LA TÉCNICA DE PENALIZACIÓN DE RECOCIDO SIMULADO. ...	74
38	GRÁFICA DE LOS RESULTADOS DE LA VARIACIÓN DE LA PROB. DE MUTACIÓN EN LA TÉCNICA DE PENALIZACIÓN DINÁMICA.	75
39	GRÁFICA DE LOS DATOS OBTENIDOS CON LA VARIACIÓN DEL PARÁMETRO B_1	77
40	GRÁFICA DE LOS DATOS OBTENIDOS CON LA VARIACIÓN DEL PARÁMETRO B_2	78
41	GRÁFICA DE LOS DATOS OBTENIDOS CON LA VARIACIÓN DEL PARÁMETRO K	79
42	GRÁFICA DE LOS DATOS OBTENIDOS CON LA VARIACIÓN DEL PARÁMETRO $\Delta\tau$	81
43	GRÁFICA DE LOS DATOS OBTENIDOS CON LA VARIACIÓN DEL PARÁMETRO <i>INTERVALO</i>	82
44	GRÁFICA DE LOS DATOS OBTENIDOS CON LA VARIACIÓN DEL PARÁMETRO α	83

45	GRÁFICA DE LOS DATOS OBTENIDOS CON LA VARIACIÓN DEL PARÁMETRO β	84
46	GRÁFICA DE LOS INDIVIDUOS GENERADOS CADA $N=45$ EVALUACIONES CON LA TÉCNICA DE PENA DE MUERTE.	86
47	GRÁFICA DE LOS INDIVIDUOS GENERADOS CADA $N=45$ EVALUACIONES CON LA TÉCNICA DE PENALIZACIÓN ADAPTATIVA, CON Y SIN EL CARGO DE PENALIZACIÓN.....	86
48	GRÁFICA DE LOS INDIVIDUOS GENERADOS CADA $N=45$ EVALUACIONES CON LA TÉCNICA DE PENALIZACIÓN DE RECOCIDO SIMULADO, CON Y SIN EL CARGO DE PENALIZACIÓN.....	87
49	GRÁFICA DE LOS INDIVIDUOS GENERADOS CADA $N=45$ EVALUACIONES CON LA TÉCNICA DE PENALIZACIÓN DINÁMICA, CON Y SIN EL CARGO DE PENALIZACIÓN.....	88
50	PANEL DE CONTENIDO , DENTRO DEL CUADRO DE DIÁLOGO OPCIONES DE INTERNET...	92
51	ASPECTO DEL CUADRO DE DIÁLOGO CERTIFICADOS	93
52	EL ASISTENTE DE IMPORTACIÓN DE CERTIFICADOS.....	94

ÍNDICE DE TABLAS

<i>No. Tabla</i>	<i>Página</i>
1 VALORES ESPECIFICADOS EN EL ARCHIVO DE PARÁMETROS.....	52
2 MEJORES INDIVIDUOS HALLADOS CON VARIACIÓN DEL TAMAÑO DE POBLACIÓN EN LA TÉCNICA DE PENA DE MUERTE.	54
3 MEJORES INDIVIDUOS HALLADOS CON VARIACIÓN DEL TAMAÑO DE POBLACIÓN EN LA TÉCNICA DE PENALIZACIÓN ADAPTATIVA.	55
4 MEJORES INDIVIDUOS HALLADOS CON VARIACIÓN DEL TAMAÑO DE POBLACIÓN EN LA TÉCNICA DE PENALIZACIÓN DE RECOCIDO SIMULADO..	56
5 MEJORES INDIVIDUOS HALLADOS CON VARIACIÓN DEL TAMAÑO DE POBLACIÓN EN LA TÉCNICA DE PENALIZACIÓN DINÁMICA.	58
6 MEJORES INDIVIDUOS HALLADOS POR GENERACIÓN EN LA TÉCNICA DE PENA DE MUERTE.	59
7 MEJORES INDIVIDUOS HALLADOS POR GENERACIÓN EN LA TÉCNICA DE PENALIZACIÓN ADAPTATIVA.....	61
8 MEJORES INDIVIDUOS HALLADOS POR GENERACIÓN EN LA TÉCNICA DE PENALIZACIÓN DE RECOCIDO SIMULADO.....	63
9 MEJORES INDIVIDUOS HALLADOS POR GENERACIÓN EN LA TÉCNICA DE PENALIZACIÓN DINÁMICA.....	64
10 RESULTADOS DE LA VARIACIÓN DE LA PROBABILIDAD DE CRUCE EN LA TÉCNICA DE PENA DE MUERTE.....	66
11 RESULTADOS DE LA VARIACIÓN DE LA PROBABILIDAD DE CRUCE EN LA TÉCNICA DE PENALIZACIÓN ADAPTATIVA.	67
12 RESULTADOS DE LA VARIACIÓN DE LA PROBABILIDAD DE CRUCE EN LA TÉCNICA DE PENALIZACIÓN DE RECOCIDO SIMULADO.	68
13 RESULTADOS DE LA VARIACIÓN DE LA PROBABILIDAD DE CRUCE EN LA TÉCNICA DE PENALIZACIÓN DINÁMICA.	70
14 RESULTADOS DE LA VARIACIÓN DE LA PROBABILIDAD DE MUTACIÓN EN LA TÉCNICA DE PENA DE MUERTE.....	71
15 RESULTADOS DE LA VARIACIÓN DE LA PROBABILIDAD DE MUTACIÓN EN LA TÉCNICA DE PENALIZACIÓN ADAPTATIVA.	72
16 RESULTADOS DE LA VARIACIÓN DE LA PROBABILIDAD DE MUTACIÓN EN LA TÉCNICA DE PENALIZACIÓN DE RECOCIDO SIMULADO.	74
17 RESULTADOS DE LA VARIACIÓN DE LA PROBABILIDAD DE MUTACIÓN EN LA TÉCNICA DE PENALIZACIÓN DINÁMICA.	75
18 DATOS OBTENIDOS CON LA VARIACIÓN DEL PARÁMETRO B_1	76
19 DATOS OBTENIDOS CON LA VARIACIÓN DEL PARÁMETRO B_2	77
20 DATOS OBTENIDOS CON LA VARIACIÓN DEL PARÁMETRO K	78
21 DATOS OBTENIDOS CON LA VARIACIÓN DEL PARÁMETRO $\Delta\tau$	80

22	DATOS OBTENIDOS CON LA VARIACIÓN DEL PARÁMETRO <i>INTERVALO</i>	81
23	DATOS OBTENIDOS CON LA VARIACIÓN DEL PARÁMETRO α	82
24	DATOS OBTENIDOS CON LA VARIACIÓN DEL PARÁMETRO β	84

AGRADECIMIENTOS

A mis padres, porque su esfuerzo de muchos años me dió la posibilidad de realizar mis objetivos profesionales. Son el ejemplo de trabajo y dedicación que me animó a no abandonar mis metas.

A mi hermano, por la ayuda y las consideraciones que siempre me ha dado.

A mi familia entera, que siempre me han dado su cariño y apoyo.

A Jessy, por haberme enseñado cosas olvidadas y por la gran ayuda que siempre esta dispuesta a ofrecer.

Al Dr. Coello, por la oportunidad que me concedió con el tema de tesis.

Este trabajo de tesis se derivó del proyecto NSF-CONACyT titulado “Estudio y Desarrollo de Técnicas Avanzadas de Manejo de Restricciones para Algoritmos Evolutivos en el Contexto de Optimización Numérica” (Ref. 32999-A), cuyo responsable es el Dr. Carlos A. Coello Coello.

Introducción

La optimización es una tarea que ha estado siempre presente en el ámbito de la ingeniería. Con el tiempo, la optimización se ha constituido como un área de investigación en sí misma. Naturalmente siempre ha sido evidente la conveniencia de la obtención de satisfactores a costos menores o el aumento del rendimiento de los mismos. Sin embargo, en la actualidad el incremento en la complejidad de los procesos que acompaña al avance tecnológico, promueve aún más el desarrollo y aplicación de formas de optimización de los procesos.

A inicios del siglo anterior, con el desarrollo de las computadoras, un gran número de problemas que hasta entonces no eran tratables a mano, pudieron ser estudiados más concretamente. Se crearon algoritmos que, empleando las matemáticas conocidas, eran capaces de crear soluciones a tales problemas mediante la computación. Sin embargo, la complejidad de los problemas y las limitaciones de los modelos matemáticos para abordarlos han motivado el desarrollo de formas alternativas para lidiar con estos problemas difíciles. Una de esas nuevas teorías es la computación evolutiva, que introduce ideas de la evolución natural al ámbito de la modelación matemática de problemas. Su objetivo es hallar soluciones a problemas mediante métodos que reproduzcan, en esencia, la forma en la que los seres vivos evolucionan en la naturaleza. Existen, en términos generales, tres paradigmas dentro de la computación evolutiva [4]:

- Programación Evolutiva
- Estrategias Evolutivas
- Algoritmos Genéticos

Este trabajo trata sobre la aplicación de los algoritmos genéticos en la optimización numérica. Específicamente en el tratamiento de problemas de optimización donde se deban cumplir además, un número de restricciones. Las técnicas de optimización expuestas aquí, emplean funciones de penalización para incorporar la información de las restricciones en la producción de soluciones. Las funciones de penalización han sido empleadas en varios problemas [10]. Este trabajo presenta una implementación de cuatro técnicas de penalización aplicadas en un problema de prueba [14] para proveer una comparación de su desempeño y para ofrecer una herramienta en la que se pueda experimentar con distintos valores de los parámetros de las técnicas.

El primer capítulo se exponen los elementos metodológicos que rigen el desarrollo del trabajo. En el segundo capítulo se presenta el planteamiento formal de un problema de optimización con restricciones. Además se revisan algunos de los métodos tradicionalmente empleados. El tercer capítulo presenta los fundamentos teóricos de los algoritmos genéticos y describe las funciones de penalización que se implementaron. En el cuarto capítulo se describe la arquitectura de la aplicación y se presenta el manual del usuario. En el quinto capítulo se muestran una serie de resultados obtenidos con la aplicación y se realiza una comparación de ellos.

I Metodología del trabajo

En este capítulo se presentan, en forma puntual, cuáles son los objetivos que se pretenden alcanzar mediante la realización de esta tesis. Los objetivos fueron formulados en el marco de la hipótesis de investigación, que también se presenta en este capítulo. Además, se exponen los alcances y limitaciones. Finalmente se dan las justificaciones y motivaciones por las que este trabajo fue realizado.

1.1 Objetivo general

El objetivo de este trabajo es mostrar que la aplicación de algoritmos genéticos con técnicas de penalización en la optimización de funciones de un solo objetivo con restricciones, ofrecen soluciones satisfactorias. Al mismo tiempo se ofrece una herramienta en la que se pueden ajustar los parámetros de las técnicas para comprobar sus efectos en la calidad de las soluciones halladas en el problema específico que trata la aplicación.

Para alcanzar el objetivo anterior se han establecido los siguientes objetivos particulares:

1.1.1 Objetivos específicos

- Investigar y exponer en forma breve algunas otras alternativas para solucionar problemas de optimización y las características que deben presentar los problemas para el funcionamiento adecuado de esas alternativas.
- Realizar un estudio básico de los fundamentos de los algoritmos genéticos para obtener una comprensión general razonable de su funcionamiento y poder realizar la implementación de las técnicas que se describen en el trabajo.

1.2 Hipótesis

La hipótesis en base a la cual se desarrolló este trabajo de tesis es: Los algoritmos genéticos con técnicas de penalización ofrecen soluciones competitivas en problemas de optimización con restricciones, con una forma conceptualmente simple de funcionamiento.

1.3 Alcances y limitaciones

El carácter de este trabajo es de aplicación, y por ello la exposición de los elementos teóricos involucrados no es profunda. Sin embargo, en la bibliografía se ofrecen referencias de las fuentes donde se exponen de manera detallada los temas mencionados.

En el aspecto de la implementación, se concentró el trabajo en desarrollar un *applet* que contuviera una implementación funcional de las cuatro técnicas de penalización que se mencionan en el trabajo. La implementación de las técnicas esta hecha para resolver un problema específico del área de la optimización no lineal, descrito en el capítulo 5.

Los resultados del análisis del desempeño de los algoritmos implementados se obtuvieron mediante una variación sistemática de los parámetros de las técnicas. No constituyen un análisis de sensibilidad propio.

1.4 Justificación

La principal motivación para el desarrollo de este trabajo es la oportunidad de verificar la efectividad de los algoritmos genéticos en la optimización, una de las diversas áreas de aplicación en que se han empleado. Además, el hecho de ser una estrategia basada en la evolución natural, ofrece una comprensión intuitiva de su funcionamiento. La principal conveniencia de esta metodología deriva del hecho de requerir el mínimo de información de la función objetivo,

bastando simplemente con un mecanismo para poder evaluar las soluciones generadas.

II Optimización

2.1 Fundamentos

La programación matemática es el área del conocimiento que comprende al conjunto de técnicas de optimización cuyo objetivo es producir la mejor solución a un problema, modelado matemáticamente.

Dentro de esta área se distinguen dos acercamientos a la optimización:

- Métodos que definen al óptimo. Son técnicas aplicables a regiones factibles convexas. Por ejemplo, la programación lineal que se revisa posteriormente.
- Métodos que enumeran soluciones hasta encontrar el óptimo. Tratan con problemas que presentan regiones factibles no convexas. Por ejemplo, la programación dinámica.

En seguida se presenta una definición del concepto de convexidad, el cual es muy importante pues está íntimamente ligado a cómo se define una solución óptima.

Una función de una sola variable $f(x)$, se dice que es convexa si para todo par de valores x' y x'' se cumple que:

$$f(\lambda x'' + (1 - \lambda)x') \leq \lambda f(x'') + (1 - \lambda)f(x')$$

donde $\lambda \in [0,1]$.

La interpretación gráfica de la ecuación anterior describe una línea que va desde el punto $(x', f(x'))$ al punto $(x'', f(x''))$, y en palabras simples expresa que una función es convexa, si para cualesquiera 2 puntos hallados bajo ella, la línea de puntos que los une, también se encuentra por debajo de ella.

Ahora, la optimización de un problema expresado como una función objetivo \mathbf{X} , consiste en hallar una \mathbf{X} tal que minimice (o maximice si es el caso) la función f .

Expresado en la forma estándar se tiene:

$$\text{Maximiza / Minimizar } f(\mathbf{x}) = \begin{cases} \mathbf{X} \in D \\ g_i(\mathbf{X}) \leq 0 & i = 1, \dots, p \\ h_j(\mathbf{X}) = 0 & j = 1, \dots, q \end{cases}$$

En donde \mathbf{X} es llamado minimizador (o maximizador), pertenece a D , el cual es un espacio en \mathbb{R}^n y está en el dominio de las funciones reales g , h y f . Las funciones g y h son llamadas restricciones, f es la función objetivo. Se le llama factible a un punto \mathbf{X} que cumpla las restricciones:

$$\begin{aligned} g(\mathbf{X}) &\leq 0 \\ h(\mathbf{X}) &= 0 \end{aligned}$$

El conjunto de los puntos factibles conforman la región factible del problema, la cual está delimitada por las restricciones establecidas. En la forma general se expresa que un problema puede presentar una serie de restricciones, aunque puede formularse un problema de optimización que carezca de ellas.

El minimizador global de una función es un valor que, evaluado en la función, produce un resultado que es menor o igual a la evaluación de cualesquiera de otros puntos en el dominio de la función.

$$\mathbf{X}^* \in D \mid f(\mathbf{X}^*) \leq f(\mathbf{X}) \quad \forall \mathbf{X} \in D$$

En donde \mathbf{X}^* es el minimizador global y $f(\mathbf{X}^*)$ es el mínimo global de f en D . Las definiciones para maximizadores se obtienen alterando apropiadamente el signo relacional, por lo que en adelante sólo se hablará en términos de minimización.

Generalmente los algoritmos de optimización emplean el criterio de convergencia para determinar cuándo detener la búsqueda del óptimo de una función. La convergencia se da cuando la serie de puntos generados por un algoritmo tiende a un punto límite. Este punto es de naturaleza estacionaria para el algoritmo. Se debe tener en cuenta que un punto de convergencia no implica necesariamente que se trate de un óptimo.

Existe un par de criterios que normalmente se consideran al emplear un algoritmo para un problema de optimización:

- La solución en sí misma.
- La sensibilidad al cambio de parámetros.

Además, una solución considerada como mínimo puede no ser el mínimo global de la función. Típicamente este es el caso cuando el área factible no es convexa, por lo que se tienen diversos mínimos locales de la función. Un mínimo local se define como:

$$\mathbf{X}^* \in D \mid f(\mathbf{X}^*) \leq f(\mathbf{X}) \quad \forall \mathbf{X} \in N(\mathbf{X}^*, \varepsilon) \cap D, \quad \varepsilon > 0$$

Donde $N(\mathbf{X}^*, \varepsilon)$ representa una norma euclidiana:

$$N(\mathbf{X}^*, \varepsilon) = \left\{ \mathbf{X} \in \mathbb{R}^n : \|\mathbf{X} - \mathbf{X}^*\| < \varepsilon \right\}$$

Esta norma define una región esférica de radio ε alrededor del punto \mathbf{X}^* llamada *vecindario- ε* . La interpretación de la expresión anterior es la definición de un punto minimizador de la función en la intersección del vecindario esférico y la región original del problema.

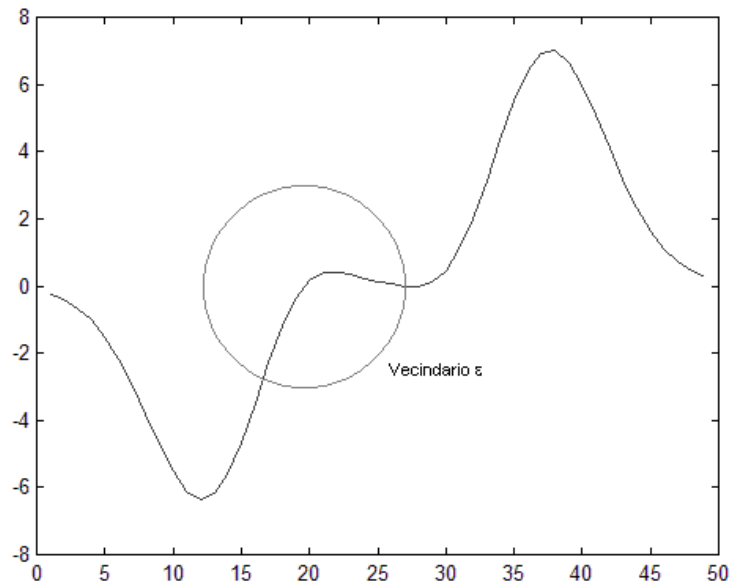


Ilustración 1 Ilustración de un vecindario- ε para una función de una variable

Además de la distinción en la forma de aproximarse a la solución, existen otras clasificaciones de las técnicas de optimización, por ejemplo en globales o locales. La diferencia es dada por el alcance de las soluciones producidas. Se les llama técnicas de optimización global a las que tienen la capacidad de garantizar la convergencia al óptimo global.

2.2 Revisión de técnicas clásicas

2.2.1 *Búsqueda por sección dorada*

Esta es una técnica simple que ubica al óptimo por reducciones repetitivas de un rango de búsqueda. Parte de la evaluación de la función en 2 puntos diferentes a una distancia razonable entre ellos, para luego evaluar un punto situado dentro del rango limitado por aquellos números y reemplazar el extremo más lejano al mínimo (en un problema de maximización) por este punto; tal punto es seleccionado de manera que esté en una proporción de $\sqrt{5}-1/2$ respecto al intervalo de mayor longitud, medido desde el punto medio del intervalo. El procedimiento es iterativo hasta hallar una aproximación a la solución que sea adecuada.

Las ventajas de este método de búsqueda son su eficiencia y el hecho de que no emplea información de la derivada de la función, aunque su uso está confinado a funciones convexas.

2.2.2 *La programación lineal y el método simple*

Entre las técnicas de optimización más usadas y reconocidas se encuentra la de programación lineal, la cual tuvo su desarrollo en las décadas de los 1930s y 1940s. El ruso L. V. Kantorovich fue uno de los principales desarrolladores de esta teoría, exponiéndola en su libro "El Método matemático de planeación de la producción y organización", en donde se aplicaba en el ámbito de la economía y la producción. En el occidente también se desarrollaba investigación en este sentido, llevada a cabo por G. Dantzing y T. Koopmans [7].

La programación lineal es un caso especial de la programación matemática que trata con problemas cuyas ecuaciones son lineales. Esto determina ciertas propiedades del problema y de su solución:

- De existir, la región factible es convexa.
- Dado que las funciones son lineales, el óptimo debe estar en un vértice de la región factible, o a lo largo de uno de sus lados, si presenta soluciones múltiples.
- Los métodos de búsqueda del óptimo, se concentran sólo en los vértices de la región, reduciendo grandemente el espacio de búsqueda de las soluciones.

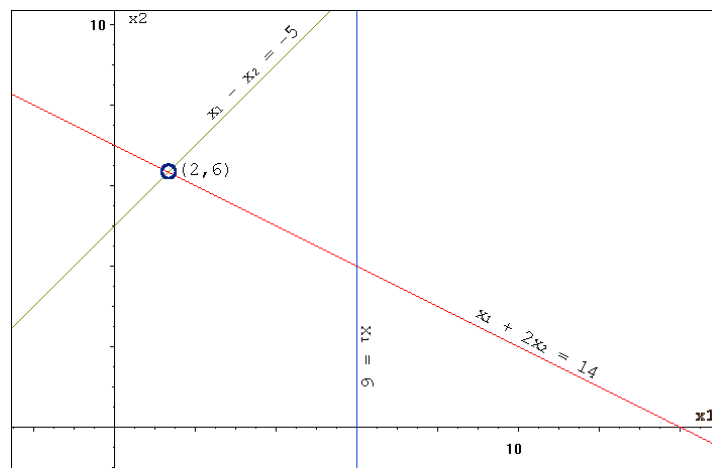


Ilustración 2 Problema de optimización lineal, nótese que la zona factible es convexa y el el óptimo reside en uno de sus vértices

Estas propiedades de los problemas lineales fueron explotadas rápidamente por diversos métodos de solución. Entre ellos, el principal y más conocido es el método Simplex. Este método es básicamente un algoritmo que recorre ordenadamente los vértices de la región factible, hasta localizar el óptimo. Dado que la región factible es convexa, el algoritmo no debe comprobar necesariamente todos los vértices, sino sólo los que le tome llegar al óptimo, pues después ninguna otra solución será mejor.

2.2.3 La programación dinámica

Otra técnica es la programación dinámica. Con ella es posible resolver problemas con funciones no lineales, pero estas funciones deben presentar las siguientes características [1]:

- El problema puede dividirse en etapas, requiriendo que se tome una decisión en cada etapa.
- Cada etapa tiene un número de estados asociados a ella.
- Cada decisión en una etapa, transforma un estado en uno de la siguiente etapa.
- En un estado dado, la decisión para determinar el óptimo de los estados siguientes no depende de los estados o decisiones previos.
- Existe una relación recursiva que identifica el óptimo para un estado, dado que su siguiente estado ya fue resuelto.

2.4 Técnicas Heurísticas

No obstante la utilidad de las técnicas anteriores de optimización para ciertos tipos de problemas, existen otros muchos tipos cuya resolución no es practicable empleando esas mismas técnicas, debido a que el espacio de solución puede ser muy grande, siendo imposible explorarlo exhaustivamente, o por el desconocimiento total o parcial de estructuras subyacentes al problema de las que se pueda hacer uso en su resolución.

Es por esto que las técnicas heurísticas entran en el escenario de la optimización. Una heurística es una orientación a la resolución de problemas que busca obtener resultados buenos a un costo razonable [20]. Generalmente

implican el uso de métodos alternativos de aproximación al problema, distintos de los empleados en el dominio del mismo.

Las técnicas heurísticas han conformado un nuevo paradigma en la optimización que aprovecha muy bien las capacidades de cómputo alcanzadas en los últimos años, que permiten experimentar con técnicas que anteriormente eran prohibitivas por la carencia de la capacidad tecnológica adecuada. Entre las técnicas más empleadas se encuentran las técnicas evolutivas, el recocido simulado y las redes neuronales. Dentro de la computación evolutiva se encuentran los algoritmos genéticos, tema de este trabajo, y de los cuales se expondrán sucintamente sus bases en las ciencias biológicas y su fundamento teórico en el capítulo siguiente.

III Algoritmos genéticos

3.1 Inspiración en la naturaleza

Desde épocas ancestrales el hombre ha desarrollado un conocimiento empírico acerca de la reproducción de los seres vivos y su relación con la preservación o variación de características, e incluso ha empleado ese conocimiento para su beneficio. Sin embargo, las teorías propuestas como explicaciones a estos fenómenos han sido muy variadas en el curso de la historia.

Así por ejemplo, una de las distintas visiones de los mecanismos que producen la variación hereditaria, es decir, que originan individuos con características diversas dentro de una misma especie, fue propuesta por Lamarck. Este zoólogo propuso una teoría que estipulaba que las variaciones individuales eran producto de características adquiridas por los individuos como respuesta adaptativa al medio ambiente, y eran después heredadas a su descendencia [3]. En términos generales, esta teoría sugería que la función crea al órgano.

En el siglo XIX esta teoría fue rebatida por Weismann con su conocido experimento en el que cortó la cola a una serie de ratones y a su descendencia para probar que a pesar de ello seguían naciendo individuos con cola, probando así, que el medio ambiente no influía en el proceso hereditario.

Dentro de las teorías más importantes sobre las que se basa el conocimiento moderno sobre este tema está la teoría de la evolución de Charles Darwin, desarrollada al inicio de la segunda mitad del siglo XIX, en su libro *“El origen de las especies”* [8]. En esta obra se fundamenta la evolución de las especies en el proceso de la selección natural. Este proceso supone que las poblaciones tienen más descendencia de la que el ambiente puede mantener, originando una lucha por la supervivencia entre los individuos, de los cuales, sólo aquellos que posean las características mejor adaptadas al medio ambiente tendrían mayor probabilidad de sobrevivir y reproducirse. Las variaciones que

les dan ventaja a los individuos más adaptados se irían acumulando a lo largo del tiempo y eventualmente producirían una nueva especie. Las críticas que esta teoría enfrentó en su tiempo se deben en gran medida a que Darwin no identificó mecanismos biológicos adecuados sobre los cuales fundamentar sus ideas.

Aunque cabe destacar que Darwin sí intentó definir algún mecanismo: Darwin formuló el concepto de gémulas, como elementos físicos que representan a cada parte del cuerpo de un individuo y que se encuentran en el torrente sanguíneo. Les atribuyó propiedades adaptativas al medio ambiente, las cuales se transmitirían a los descendientes. Aquí es donde interviene uno de sus discípulos, August Weismann, quien realiza una importante contribución pues, además de rechazar la teoría de gémulas de su tutor, introduce los conceptos de somatoplasma y germoplasma, estableciendo que el primero constituye al cuerpo del individuo, mientras que el segundo le da la facultad de reproducirse.

Otra de las teorías importantes es obra del monje agustino Gregor Mendel, la genética Mendeliana, también conocida como genética de transmisión. La aportación del trabajo de Mendel fue la identificación de un modelo cuantitativo subyacente en la herencia [3]. Los descubrimientos de Mendel derivaron de las investigaciones que realizó con el guisante *Pisum sativum*. Mediante el análisis de los efectos del cruzamiento de individuos con características específicas, identificó los siguientes principios:

- Los caracteres genéticos se determinan por factores que se encuentran por pares en los individuos.
- La expresión de una característica particular en los descendientes de primera generación de la cruce de dos individuos, es la determinada

por el factor dominante de ambos. La otra característica es recesiva, es decir, el factor que la origina se conserva en el individuo aunque no se exprese.

- Los gametos de un individuo reciben con igual probabilidad cualquiera de los dos factores que determinan una característica.

Estos factores que determinan las características de los individuos son los genes y representan la unidad funcional hereditaria. Las formas alternativas que puede presentar un gen en particular se denominan alelos.

Las características manifestadas externamente por un individuo constituyen su fenotipo.

Estas características expresadas están codificadas por el genotipo, el cual es un conjunto particular de factores hereditarios (genes).

Podría decirse que la relación que existe entre el genotipo y el fenotipo es tal como la que existe entre símbolo y significado (representación vs. interpretación).

A pesar de la claridad con que la investigación de Mendel identificó las leyes de la herencia, su trabajo no fue totalmente apreciado. Esto ocurrió hasta que Boveri, en busca de las bases biológicas de la herencia, demostró que el núcleo de las células es responsable de la transmisión de la información hereditaria e identificó unas estructuras en el núcleo de las células, los cromosomas, los que se relacionaron con las unidades de información hereditaria que propuso Mendel. Luego de este hallazgo, prácticamente todos los conceptos desarrollados por Mendel hallaron representación a nivel celular. Se encontró también que, en las especies con reproducción sexual, las células sexuales, las

que intervienen en el proceso de reproducción, tienen la mitad de cromosomas (células haploides) que las células somáticas (células diploides). Las células sexuales se llaman también gametos.

Químicamente los genes son nucleótidos, los cuales son los bloques constituyentes del ADN (ácido desoxirribonucleico), que es la molécula portadora de la información genética en los organismos tanto eucariotas (de múltiples células) como procariotas (de una célula). El ADN está contenido dentro del núcleo de la célula y cuando la célula no está en división se encuentra esparcido y se llama cromatina. Durante el período de división celular el ADN se aglomera en espirales identificados como los cromosomas, los cuales contienen a los genes.

Los conceptos de las teorías de Darwin, Weismann y Mendel, conforman el modelo del neo-darwinismo [9], el cual ha inspirado métodos heurísticos en el área de la computación. Esto ha sido en virtud de una estrategia poderosa para abordar problemas: la analogía que el dominio del problema puede tener con algún otro, con base en las relaciones que presentan sus elementos [19].

3.2 Fundamentos y funcionamiento

Basándose en la idea de la supervivencia de los individuos más aptos de una población y del mejoramiento evolutivo de sus capacidades a través de las generaciones, surgen los algoritmos genéticos.

Los algoritmos genéticos presentan una serie de características que los hacen atractivos para resolver problemas. De entre ellas, las principales son [4]:

- No requieren de un conocimiento particular del dominio del problema donde se aplique. Esta capacidad los hace muy versátiles y

convenientes de aplicar en problemas complejos donde no se tienen modelos adecuados del dominio.

- La generación de soluciones es múltiple, lo que puede ser explotado en algoritmos distribuidos para acelerar el proceso de búsqueda de soluciones.
- El proceso de búsqueda es iterativo, por lo que se puede disponer de soluciones completas preliminares desde antes del término de la ejecución del algoritmo.
- El criterio de aptitud que guía la supervivencia de los individuos puede adaptarse para abordar problemas de distinta naturaleza.

Las estructuras y mecanismos tomados del modelo biológico evolutivo se enumeran a continuación:

- El cromosoma, el cual es una estructura de datos que contiene la información genotípica de los individuos. Típicamente es un arreglo de algún tipo de datos disponible, como enteros o bytes.
- La información genética, que se representará por un alfabeto determinado. El más común ha sido el binario, aunque se emplean otros también, por ejemplo, un rango de números reales.
- La reproducción, que se implementa como un mecanismo para producir individuos a partir de la combinación de la información genética de los padres.
- La mutación, que se interpreta como un proceso que puede modificar aleatoriamente la información genética de un individuo. Generalmente

se asocia una probabilidad muy baja con la ocurrencia de este proceso durante la reproducción.

- La población, que constituye a la totalidad de los individuos existentes en una generación.

3.3 Estructura de un algoritmo genético

La resolución de un problema empleando un algoritmo genético consiste básicamente en el procedimiento de generar un conjunto inicial de soluciones al problema (la población) para después, en un proceso iterativo, realizar una selección de las mejores soluciones (los individuos más aptos) y recombinarlos mediante operaciones de cruce y mutación para formar la siguiente generación de la población, repitiendo este proceso hasta que un criterio de finalización se cumpla. Se espera hallar en la población final un individuo con un nivel de aptitud que represente una solución aceptable al problema. A continuación se ilustra el algoritmo de funcionamiento de un algoritmo genético, propuesto por Grefenstette y Bakers [12]:

```
Inicio
    t          //Generación
    P(t)       //Población de padres
    t := 0
    Inicializar P(t)
    Evaluar P(t)
    Mientras Condición-de-terminación <> Verdadero
        t := t + 1
        seleccionar P(t) de P(t-1)
        Recombinar P(t)
        Evaluar P(t)
    Fin
Fin
```


La función `Recombinar` resume los efectos de las operaciones de cruce y mutación.

Son necesarios cinco componentes de un algoritmo genético [17]:

- Una representación genética de las soluciones potenciales al problema.
- Una forma de crear una población inicial de soluciones potenciales.
- Una función de evaluación que hace las veces de medio ambiente, evaluando a las soluciones en términos de su aptitud.
- Operadores genéticos que alteren la composición de la descendencia.
- Valores para los parámetros que el algoritmo genético normalmente emplea (tamaño de la población, probabilidades de aplicar los operadores genéticos, etc.)

3.3.1 Representación

Para la representación de los individuos se ha empleado principalmente la codificación binaria, pues es la representación que genera la longitud más grande de cromosomas. Esto posibilita más la formación de patrones (esquemas) comunes entre los individuos.

Un esquema es un patrón de genes instanciados con valores determinados (por ejemplo, ceros y unos) y otros con un valor no definido comodín, que significa que no importa su valor actual. Por valor instanciado nos referimos a un valor dentro del alfabeto de representación, distinto del comodín no importa. Un esquema representa en términos prácticos una plantilla que permite la explotación de similitudes entre cromosomas [17]. Por ejemplo, considerando un cromosoma de 4 posiciones, un esquema que representa

valores para 2 individuos puede ser: 01*1 y comprende los valores de los individuos 0101 y 0111, como se muestra en la figura 3.

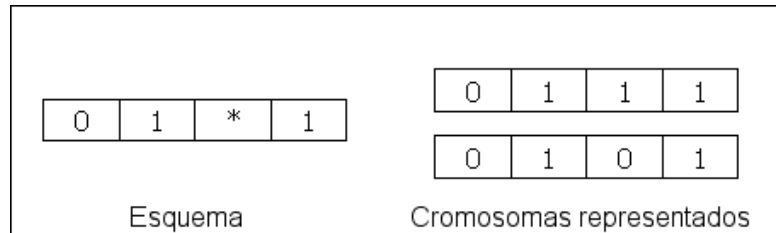


Ilustración 3 Representatividad que un esquema posee de un conjunto de cromosomas

La importancia de los esquemas deriva del hecho de que al evaluar la aptitud de un individuo en particular, se está obteniendo además información del desempeño de otros individuos que compartan un esquema con el individuo evaluado. Esta evaluación múltiple, conocida como *paralelismo implícito*, es un concepto muy importante del fundamento teórico de los algoritmos genéticos y de la razón por la cual funcionan.

- $L(E)$ Longitud del esquema E . Es la distancia del primer al último valor instanciado en un esquema.
- $o(E)$ Orden del esquema. Es el número de valores instanciados.
- $N(E,t)$ Número de individuos que presentan el esquema E en la generación t .

De la misma manera que se asocia un valor de aptitud a un cromosoma $a(c)$, se puede asociar una aptitud a un esquema. Este valor será el promedio de aptitudes de los $N(E,t)$ individuos que tienen el esquema:

$$A(E, t) = \sum_{i=1}^{N(E, t)} \frac{a(c_i)}{N(E, t)}$$

Donde a es la función de aptitud y c_i es el i -avo cromosoma de la población que pertenece al esquema E .

Como se indicó anteriormente la generación de nuevos individuos se descompone en dos partes: la selección de los mejores individuos de la generación anterior, y la producción de nuevos individuos a partir de los seleccionados. Los esquemas intervienen en la primera parte.

El criterio de selección de individuos para reproducirlos está en función de su grado de aptitud. Esto significa que individuos con mayor aptitud serán más propensos a ser elegidos. Expresando esto en función de los esquemas se tiene:

$$N(E, t + 1) = N(E, t) \cdot TPoblacion \cdot \frac{A(E, t)}{\sum_{i=1}^{TPoblacion} a(c_i)}$$

Esto significa que el número de individuos que presenten el esquema E en la siguiente generación es proporcional al número de individuos con la misma característica en la generación actual, al número de selecciones que se realicen para crear la nueva población ($TPoblacion$) y a la razón de la aptitud del esquema E respecto la sumatoria de aptitudes de toda la población. El último término implica que esquemas con aptitudes arriba del promedio tenderán a ser elegidos más frecuentemente que el resto. Además ésta es una definición recursiva, pues el número de individuos que presentan el esquema E en la generación t , se define en función del mismo término en la generación anterior. Por lo tanto, el crecimiento de N es exponencial.

Esta propiedad se enuncia precisamente en el teorema de los esquemas [15], el cual implica que los esquemas cortos, de bajo orden y aptitud superior al promedio tienden a incrementarse exponencialmente en las generaciones siguientes de un algoritmo genético. La restricción de que los esquemas sean de bajo orden se entiende si se considera el efecto disruptivo que tienen los operadores de recombinación en los esquemas muy grandes, pues la probabilidad de que un esquema sea destruido en una recombinación crece en proporción a su tamaño.

La relación que surge entre los esquemas y la recombinación de individuos conduce a la siguiente hipótesis, conocida como hipótesis de los bloques constructores:

Un algoritmo genético busca desempeño casi-óptimo mediante la yuxtaposición de esquemas cortos, de bajo orden y aptitud superior al promedio, llamados bloques constructores.

La hipótesis sugiere que el efecto de la combinación de esquemas con buena aptitud tiende a generar individuos mejores, es decir que juntando buenas partes, se tiene un buen total.

La validez de la hipótesis de los bloques constructores está condicionada por un fenómeno conocido como decepción, el cual surge cuando la combinación de dos bloques individualmente buenos, conduce a una solución con menor aptitud que la de los esquemas originales. Esta situación se relaciona a la dependencia que el valor de un gen puede tener con los valores en otros, condición conocida como epístasis [17]. Esta dependencia se presenta, por ejemplo, en la función lógica XOR, que para evaluar verdadero sus parámetros deben ser distintos, quedando condicionados entre sí.

Además de la representación binaria, se emplean también números flotantes en la representación para ciertos problemas, sobre todo en los que el número de variables y sus rangos de valores generan cromosomas de longitudes largas, los cuales hacen el espacio de búsqueda demasiado grande para su exploración eficiente por un algoritmo genético. Si bien la representación mediante números reales no favorece el procesamiento de esquemas como lo harían alfabetos de bajo orden, ésta ha probado ser eficiente en un número de aplicaciones prácticas [11]. En teoría, no hay diferencia entre la representación adoptada. En la práctica, sí la hay.

3.3.2 Selección

En la sección anterior se reconoció la importancia de la selección de individuos en el proceso de generación de nuevas poblaciones.

La contribución de la selección en el funcionamiento de un algoritmo genético es concentrar la búsqueda de la solución óptima en las regiones prometedoras del espacio de búsqueda [2].

Las principales alternativas propuestas para esta acción son:

- **Selección proporcional** El criterio de selección en esta técnica está en función de la proporción de la aptitud de un individuo respecto al total de aptitud de la población. Una de las variantes más conocidas es la ruleta. Esta técnica consiste en generar una lista de los valores esperados de las aptitudes de cada individuo de la población. La suma de los valores esperados es igual al número de individuos en la población. Valiéndose de este hecho, se genera un número aleatorio entre 0 y el tamaño de la población, se suman consecutivamente los valores esperados previamente obtenidos hasta igualar o pasar el valor aleatorio que se generó y se selecciona el individuo que estaba en turno

durante la suma. Una desventaja de este tipo de selección es que si un individuo es mucho mejor a los demás puede ocurrir una convergencia prematura [12].

- **Selección por Jerarquías Lineales** Este método de selección ordena a los individuos en función de su aptitud. De un rango determinado se asocia el límite inferior al peor individuo y el límite superior al mejor. Al resto de los individuos se les asigna un valor mediante interpolación de acuerdo a su posición en el ordenamiento. Los valores obtenidos mantienen el ordenamiento de los individuos con base en su aptitud. Al mismo tiempo, al normalizar con base en la posición, elimina las grandes brechas posibles entre individuos, lo que evita la convergencia prematura.
- **Selección por Torneo** Esta técnica es muy simple y efectiva, consistente en tomar un número de individuos de la población aleatoriamente, y luego seleccionar al mejor de ellos. El proceso se repite hasta contar con el número de individuos requeridos. La técnica permite controlar la presión de selección mediante la variación del tamaño del torneo. El tamaño típico usado es dos.

3.3.3 Recombinación

De acuerdo al algoritmo ilustrado anteriormente, el proceso de búsqueda es realizado en fases consecutivas de explotación y exploración. Por un lado, la selección dirige la búsqueda hacia áreas prometedoras y por el otro, los operadores de combinación pretenden explorar el espacio del problema generando nuevas soluciones a partir de las existentes, introduciendo un componente de innovación al proceso.

El cruzamiento o cruza es una operación de combinación sexual de cromosomas entre dos individuos. La idea es segmentar a los padres en dos o más fracciones para después intercambiar las partes para formar los nuevos individuos. Las principales variantes para representación binaria son:

- **Cruza de un punto** Consiste en seleccionar una posición al azar entre 1 y la longitud del cromosoma y generar dos nuevos individuos cada uno con el primer segmento de un padre y el segundo segmento del padre contrario.
- **Cruza de dos puntos** El procedimiento es similar excepto que los individuos se segmentan en tres partes y a los individuos generados se les copian los segmentos de los extremos de un padre y el segmento interno del otro.
- **Cruza uniforme** Consiste en para cada gen del cromosoma, con base en una probabilidad, decidir de qué padre se copia el gen correspondiente.

3.3.4 Mutación

La mutación es una operación que generalmente tiene una probabilidad baja de ocurrir, pues su principal objetivo es promover una variación mediante saltos aleatorios en el espacio de búsqueda. Una forma típica de la mutación consiste en decidir con una probabilidad determinada para cada gen del nuevo individuo si se altera o no el valor que presenta.

3.4 Técnicas de optimización con restricciones

Típicamente, en los problemas de optimización del mundo real, el espacio de búsqueda no está disponible enteramente para su explotación. Un poco de observación revelará que todos los problemas de optimización del mundo real

son de hecho, problemas con restricciones [6]. La introducción de restricciones en un problema divide el espacio de solución en zonas factibles, que son aquellas donde el conjunto de restricciones es satisfecho, y zonas no factibles, en donde una o más restricciones no se cumplen.

Como se estableció en el capítulo 2, un problema de optimización tiene la forma general:

$$\text{Maximiza / Minimizar } f(x) = \begin{cases} \mathbf{X} \in D \\ g_i(\mathbf{X}) \leq 0 & i = 1, \dots, p \\ h_j(\mathbf{X}) = 0 & j = 1, \dots, q \end{cases}$$

Un acercamiento muy común para el manejo de restricciones en los problemas de optimización, es el uso de penalizaciones [5], las cuales consisten en afectar la función de evaluación de aptitud con un término que sancione su calificación basándose en las restricciones violadas.

En las siguientes secciones se describen algunas de las variantes de este método, que son las que fueron implementadas para fines de esta tesis. En las ecuaciones siguientes se emplea $\varphi_j(\mathbf{X})$ para referirse a las m restricciones de los dos tipos en conjunto (de igualdad y desigualdad), a fin de reducir la notación.

3.4.1 Penalización de muerte

Esta técnica consiste simplemente en asignar un valor de aptitud de cero a los individuos que no sean factibles, es decir, que violen alguna restricción. De otro modo su aptitud es igual al valor de la función objetivo. Su sencillez resulta conveniente en la implementación, aunque lo drástico de su comportamiento puede originar problemas cuando no se tienen soluciones

factibles en la población, pues todos los individuos tendrán igual aptitud, inmovilizando la búsqueda. La función de aptitud se expresa por:

$$fitness(\mathbf{X}) = \begin{cases} f(\mathbf{X}) & \text{si es factible} \\ 0 & \text{de otra manera} \end{cases}$$

3.4.2 Penalización basada en recocido simulado

La integración de la técnica de recocido simulado en una técnica de penalización fue desarrollada por Michalewicz y Attia [18]. El coeficiente de penalización se cambia después de varias generaciones, después de que el algoritmo ha sido atrapado en un mínimo local [5]. Además, la penalización es incrementada con el tiempo. La función de evaluación propuesta es:

$$fitness(\mathbf{X}) = f(\mathbf{X}) + \frac{1}{2\tau} \sum_{j=1}^m \phi_j^2(\mathbf{X})$$

Donde A es el conjunto de las restricciones activas, y t es el período de enfriamiento. En cada iteración, la temperatura decrece y el mejor individuo es empleado para generar la siguiente población. El proceso concluye cuando se alcanza una temperatura final de enfriamiento. La respuesta del algoritmo es muy sensible a los valores de los parámetros, por lo que éstos deben ser afinados cuidadosamente.

3.4.3 Penalización dinámica

El enfoque de esta técnica consiste en variar el grado de penalización en función de la madurez de la búsqueda, lo que da la oportunidad al algoritmo para aproximarse a zonas más óptimas antes de ser penalizado más vigorosamente, pues la penalización aumenta con el tiempo. Propuesta por Joines y Houck [16], la función de evaluación es:

$$fitness(\mathbf{X}) = f(\mathbf{X}) + (C \cdot t)^\alpha \sum_{j=1}^m \phi_j(\mathbf{X})^\beta$$

La dificultad del empleo de esta técnica radica en la determinación de los parámetros C , α y β , aunque los autores sugieren $C=0.5$, $\alpha=\{1, 2\}$, y $\beta=\{1, 2\}$. Nótese que la configuración de los parámetros afecta el rendimiento del algoritmo.

3.4.4 Penalización adaptativa

Esta técnica fue propuesta por Bean y Hadj-Aluane [13]. La función de evaluación que diseñaron es:

$$fitness(\mathbf{X}) = f(\mathbf{X}) + \lambda(t) \left| \sum_{j=1}^m \phi_j^2(\mathbf{X}) \right|$$

La función $\lambda(t)$ es actualizada de acuerdo a:

$$\lambda(t+1) = \begin{cases} (1/\beta_1) \cdot \lambda(t) & \text{para el caso \#1} \\ \beta_2 \cdot \lambda(t) & \text{para el caso \#2} \\ \lambda(t) & \text{de otra manera} \end{cases}$$

Los valores deben cumplir $\beta_1, \beta_2 > 1$ y $\beta_1 \neq \beta_2$, para evitar ciclos.

El caso #1 disminuye la penalización cuando el individuo es factible en las últimas k generaciones, el caso #2 aumenta la penalización cuando es no factible en las últimas k generaciones, de otra manera se mantiene constante, para darle tiempo al algoritmo a que se estabilice en una región.

Una de las características de esta técnica es el énfasis que se debe poner en el ajuste de sus parámetros para obtener resultados aceptables, es decir, en determinar k , además de cómo definir los valores para β_1 y β_2 [5].

IV Implementación de las técnicas

4.1 Arquitectura de la aplicación

La implementación de las técnicas de penalización fue realizada en el lenguaje Java con el JDK 1.3.1. También se empleó la herramienta de desarrollo Forte for Java CE v3.0 y Poseidon for UML CE v1.2.1, todas de dominio público.

4.1.1 Diagrama de estructura estática

En primer término se presenta el diseño de estructura estática del *applet* empleando la notación estándar UML. Por motivos de claridad, en primera instancia se muestra la relación que guardan los distintos componentes, en la figura 4. Posteriormente se presentan otros detalles de la estructura del código.

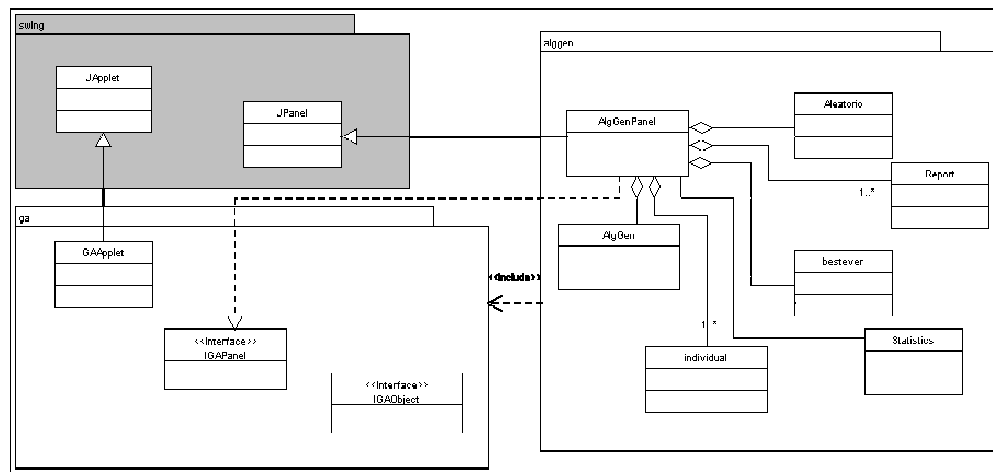


Ilustración 4 Arquitectura básica del *applet*

El código de implementación de las técnicas se organizó en distintos paquetes para cada una de ellas, los cuales se integraron con el *applet* como se ilustra en la figura 5.

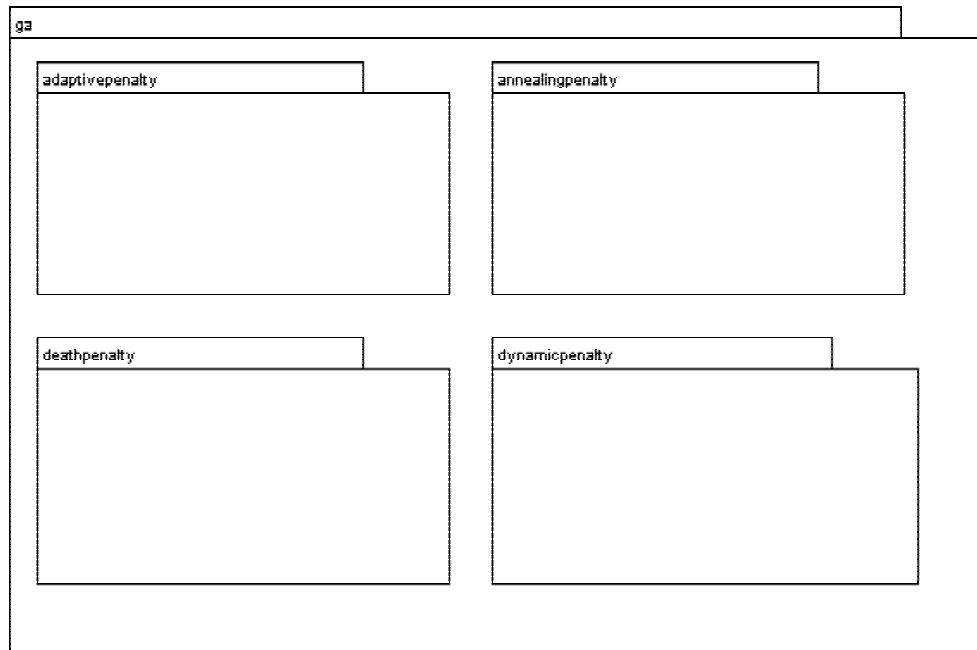


Ilustración 5 Organización del paquete principal del *applet* y los paquetes de cada algoritmo

En la figura 6 se presenta la relación que guarda la estructura básica de la implementación, con los componentes de cada técnica en particular.

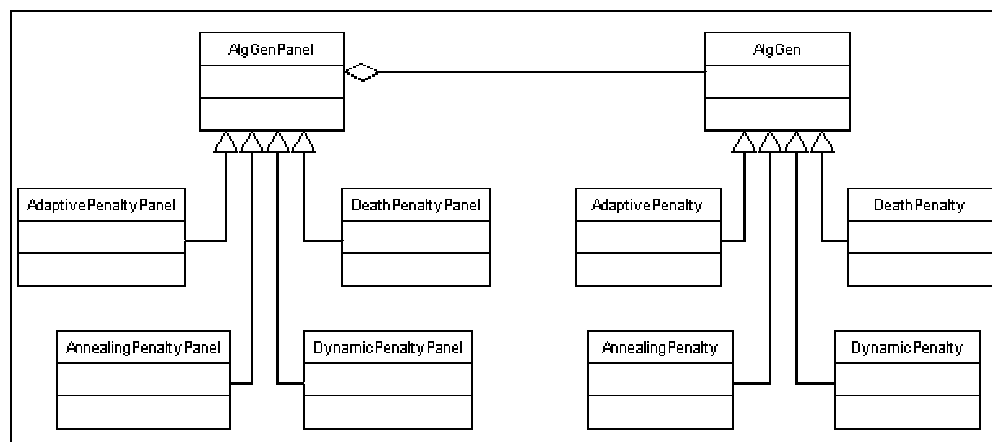


Ilustración 6 Relación de los algoritmos con los paneles de la interfaz de usuario

4.1.2 Diagrama de actividades

El flujo de actividades principal, es descrito en esta sección mediante el diagrama de actividades de la notación estándar UML. El UML (*Unified Modeling Language*) es un lenguaje de modelado de aplicación para procesos de negocios, modelado orientado a objetos, modelado de componentes y modelado de distribución e implementación. Fue desarrollado por Grady Booch, Ivar Jacobson, y Jim Rumbaugh.

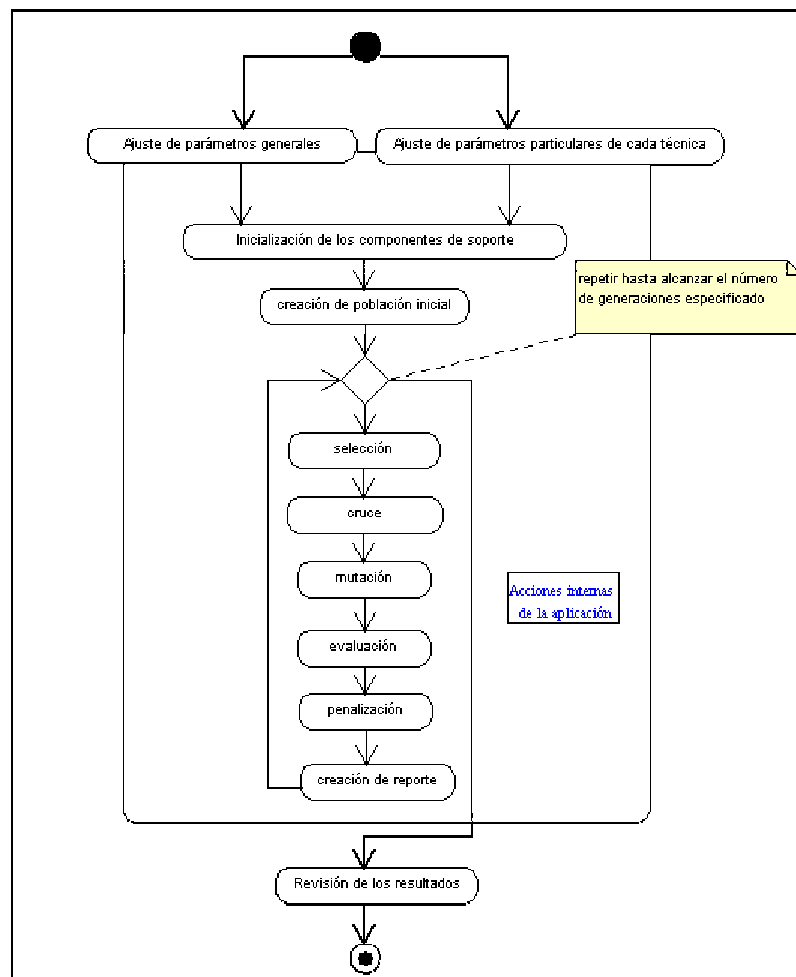


Ilustración 7 Diagrama de actividades de los paneles de cada técnica

4.2 Manual del usuario

4.2.1 Instalación e inicio de la aplicación

La instalación del *applet* se lleva a cabo de manera semi-automática, pues es el navegador del usuario el que se encarga de realizar la transferencia del archivo de la aplicación. Por lo tanto los pasos para instalar y comenzar a usar la aplicación son los siguientes:

- Para ejecución del *applet* en forma remota
 1. La primera vez que el usuario desee ejecutar el *applet* empleando el navegador, deberá instalar primero un certificado. Un certificado es un documento que el navegador requiere para permitirle al *applet* el acceso al sistema de archivos de la computadora local del usuario. El certificado es descargado desde un URL especificado previamente y sólo es necesario instalarlo una sola vez, provisto que el usuario elija eso. La secuencia de pasos que debe seguir para la instalación del certificado es dependiente del navegador que posea. Para una referencia de cómo hacerlo en el Internet Explorer consulte el apéndice 1.
 2. Cargue en el navegador la URL especificada, en donde se localiza el *applet*. A partir de aquí, la carga e inicialización de los componentes es realizada por el navegador. Sólo se deberá aguardar a que la carga de los elementos necesarios concluya.
- Para ejecutar el *applet* localmente, lo cual evita realizar la configuración del navegador, los pasos son los siguientes:

1. Descargar el *applet* de la aplicación desde el URL especificado.
2. En la consola de su sistema, dirigirse al directorio en el cual se descargó el *applet*, en el paso anterior.
3. Ejecute el comando siguiente:
 - `java -jar GAApplet.jar`

El aspecto de la aplicación al iniciarse es como el que muestra la figura 8.

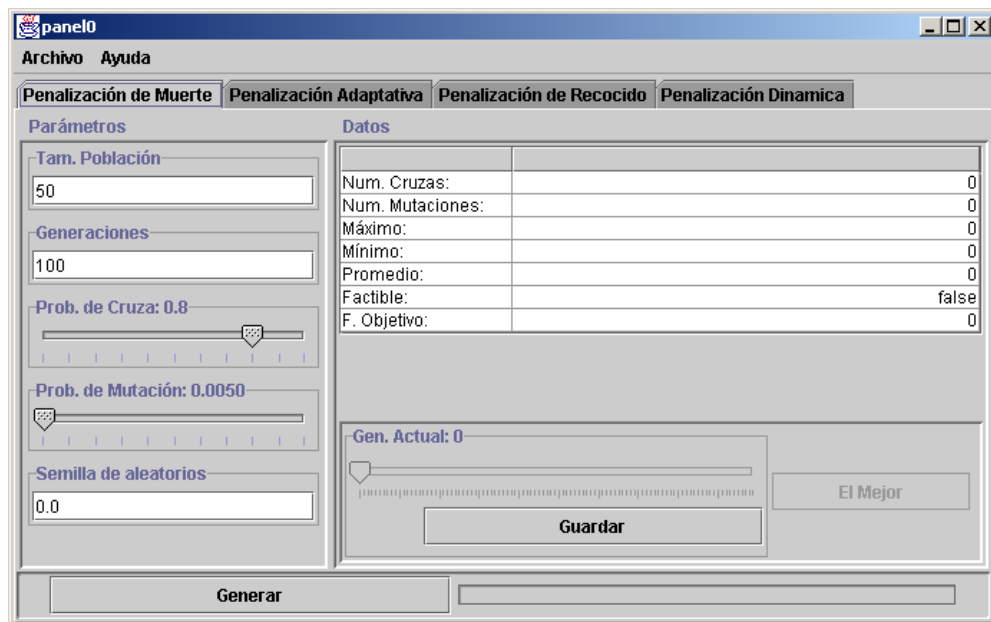


Ilustración 8 Aspecto inicial de la aplicación después de que ha sido cargada.

Una vez cargada e iniciada la aplicación, el usuario podrá elegir el tipo de técnica que desee probar seleccionando la pestaña correspondiente en la parte superior del applet. En la figura 9 se muestra el área de selección.

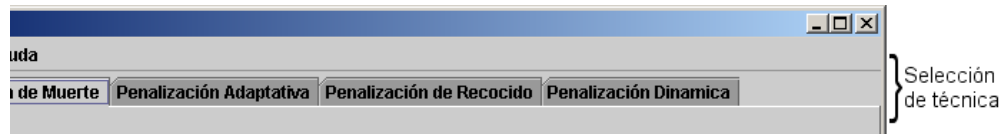


Ilustración 9 Control de selección de la técnica que está activa.

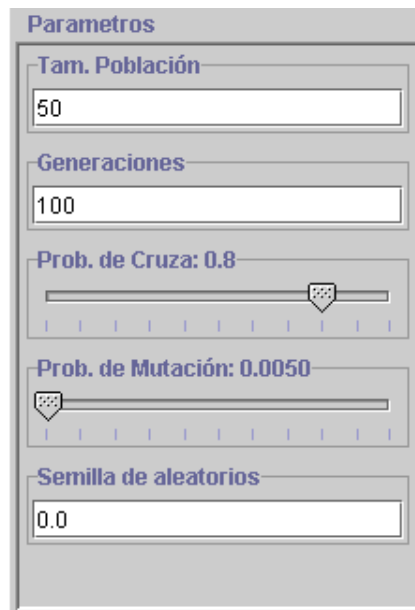
4.2.2 Ajuste de parámetros

El siguiente paso consiste en seleccionar los valores deseados para los parámetros del algoritmo. El ajuste de estos parámetros se realiza en el panel izquierdo de la aplicación. Los parámetros que puede configurar son los siguientes:

- **Tamaño de la población** Determina el número de individuos que serán mantenidos en la población y es un número entero. Este número permanece constante entre generaciones.
- **Generaciones** Especifica el número máximo de generaciones que se evolucionarán en el experimento, es un número entero.
- **Probabilidad de Cruza** Ajusta la probabilidad de que ocurra una cruza entre los padres de un individuo en el momento de la reproducción. Se representa con un número real entre 0 y 1.
- **Probabilidad de Mutación** Indica el valor de probabilidad con el que ocurre una mutación durante la copia de cada gen del cromosoma de un individuo, en el momento de su creación. Se representa con un número real entre 0 y 1.

- **Semilla de números aleatorios** Es un número real en el rango de 0 a 1. Es empleado en la creación de las secuencias de números pseudo-aleatorios.

En la figura 10 se presenta el panel en el cual se deben especificar los parámetros.



El panel de ajuste de parámetros del algoritmo genético, titulado "Parametros", contiene los siguientes controles:

- Tam. Población:** Un campo de texto con el valor "50".
- Generaciones:** Un campo de texto con el valor "100".
- Prob. de Cruza: 0.8:** Un control deslizante con un marcador en el 80% de la escala.
- Prob. de Mutación: 0.0050:** Un control deslizante con un marcador en el 5% de la escala.
- Semilla de aleatorios:** Un campo de texto con el valor "0.0".

Ilustración 10 Panel de ajuste de parámetros del algoritmo genético.

Importante: Para el caso de los datos que requieren introducirse escritos, es necesario presionar la tecla **Enter**, al finalizar la introducción del valor, cuando aún se tiene el control del teclado en el cuadro de texto.}

Además de estos parámetros generales, cada algoritmo de penalización puede, opcionalmente, requerir del ajuste de parámetros particulares. En seguida se describen los parámetros requeridos por cada técnica.

- Penalización adaptativa.
 - β_1 y β_2 Son dos parámetros mayores que 1 y distintos entre sí. Representan los valores de recompensa y castigo con los que se reduce o aumenta el valor de la penalización de acuerdo a los valores de aptitud anteriores de la población.
 - **K** Este parámetro determina el grado de severidad con que el valor de penalización es construido. Típicamente se selecciona un número alrededor de 2.
 - **Lambda inicial** (λ_{inicial}) Es el valor inicial del componente de penalización, el cual es adaptado en lo sucesivo por el algoritmo.

The image shows a 'Parametros' (Parameters) window with the following settings:

- Tam. Población** (Population Size): 50
- Generaciones** (Generations): 100
- Prob. de Cruza: 0.8** (Crossover Probability): 0.8 (indicated by a slider)
- Prob. de Mutación: 0.0050** (Mutation Probability): 0.0050 (indicated by a slider)
- Semilla de aleatorios** (Random Seed): 0.0
- Beta 1**: 0.0
- Beta 2**: 1.0
- K (gap)**: 20.0
- Lambda**: 100.0

Ilustración 11 Ilustración de los parámetros específicos de la técnica adaptativa.

Una descripción de la relación de estos parámetros con la función de penalización se encuentra en la sección 3.4.4 Penalización adaptativa.

- Penalización basada en recocido simulado.
 - **Tau inicial** (τ_{inicial}) Representa la temperatura inicial del recocido. Este valor debe ser mayor que la Tau final.
 - **Tau final** (τ_{final}) Es la temperatura final de enfriamiento. Este parámetro sólo permite valores menores a Tau inicial.

- **Tau Delta (τ_{Δ})** Especifica la magnitud de alteración que ocurre en la temperatura. Debe ser un número real en el rango (0,1).
- **Intervalo** Este parámetro indica el número de generaciones que el algoritmo produce antes de realizar un cambio de temperatura.

The screenshot shows a window titled "Parametros" with the following settings:

- Tam. Población:** 10
- Generaciones:** 100
- Prob. de Cruza:** 0.801 (slider)
- Prob. de Mutación:** 0.0050 (slider)
- Semilla de aleatorios:** 0.0
- Tau Inicial:** 0
- Tau Final:** 1.0E-6
- Tau Delta:** 0.1
- Intervalo:** 1 (slider)

Ilustración 12 Ilustración de los parámetros particulares de la técnica basada en recocido simulado.

La técnica de penalización basada en recocido simulado se describe en la sección 3.4.2 Penalización basada en recocido simulado.

- Penalización dinámica.

- **Alfa (α)** Representa un intensificador exponencial del valor de penalización que tiene efecto sobre el número de generación.
- **Beta (β)** Es también un intensificador exponencial, pero éste es aplicado sobre el grado de insatisfacción presentado en las restricciones.

The image shows a 'Parametros' (Parameters) window with the following settings:

- Tam. Población:** 50
- Generaciones:** 100
- Prob. de Cruza:** 0.8 (indicated by a slider)
- Prob. de Mutación:** 0.0050 (indicated by a slider)
- Semilla de aleatorios:** 0.0
- Alfa:** 2.0
- Beta:** 2.0

Ilustración 13 Ilustración de los parámetros de la técnica dinámica.

Una descripción de las características de esta técnica se encuentran en la sección 3.4.3 Penalización dinámica.

También es necesario especificar las características de la representación de los datos en el algoritmo. Estos datos se describen en un archivo de texto, el cual es requerido por la aplicación en el momento en que se pulsa el botón **Generar**, el cual inicia la ejecución del algoritmo genético. La estructura del archivo requerido es la siguiente:

- Tipo de representación empleada por el algoritmo, puede ser BINARY o FLOAT.
- Número de variables empleadas.
- Por cada variable se especifica:
 - El tipo de codificación, puede ser INTEGER o FLOAT.
 - La precisión de la variable, es un número entero.
 - El límite inferior del rango de valores permitidos para la variable.
 - El límite superior del rango de valores permitidos para la variable.

Se incluye, con la aplicación, un archivo con valores razonables para cada uno de los parámetros, el cual puede ser utilizado y modificado para experimentación con el algoritmo.

4.2.3 Guardar y recuperar parámetros

El usuario puede también guardar los parámetros que ha especificado en los controles de la aplicación, para poder reutilizarlos en experimentos posteriores. Para guardar los parámetros se realiza la siguiente acción:

- En el menú **Archivo**, el usuario deberá seleccionar la opción **Guardar Parámetros**.



Ilustración 14 Opción del menú **Archivo** para guardar los valores especificados a los parámetros.

Con un procedimiento similar, el usuario puede recuperar los parámetros que previamente ha almacenado. Para ello debe realizar la siguiente acción:

- En el menú **Archivo**, el usuario debe seleccionar la opción **Cargar Parámetros**.



Ilustración 15 Opción del menú **Archivo** para cargar los valores especificados a los parámetros.

4.3.4 Ejecución del algoritmo

Una vez determinados los parámetros necesarios, la puesta en marcha del mecanismo de evolución de soluciones es el siguiente paso. Para lo cual se realiza el siguiente procedimiento:

- Presionar el botón llamado **Generar**, localizado en la parte inferior de la aplicación.



Ilustración 16 El botón **Generar**, el cual inicia el proceso evolutivo.

Inmediatamente después de presionar el botón **Generar**, el proceso de evolución se inicia y se debe esperar unos instantes a que concluya, para poder revisar los resultados obtenidos.

4.2.5 Revisión de resultados

La información que es generada por el algoritmo se presenta en el panel de la sección derecha de la aplicación. Los datos se describen a continuación:

- **Número de cruzas** Es el total de cruzas ocurridas por generación.
- **Número de mutaciones** Es el total de mutaciones ocurridas por generación.
- **Máximo valor de aptitud** La magnitud de aptitud del mejor individuo hallado en la generación.
- **Mínimo valor de aptitud** Es el menor valor de aptitud que un individuo presentó en la generación.
- **Promedio de aptitud** Como indica, es la media de aptitudes de los individuos por generación.

- **Factible** Indicador de la factibilidad del mejor individuo de la generación.
- **Aptitud** Es el valor de la función objetivo del mejor individuo de la generación.
- **Cromosoma** Es un arreglo con los valores del cromosoma del mejor individuo de la generación.
- **Restricciones** Un arreglo con los valores de restricción que presentó el mejor individuo de la generación.
- **Gráfica** de las generaciones contra la aptitud del mejor individuo por generación.

Para examinar los datos por generación se provee de un control que indica la generación vista actualmente. Empleando este control se puede desplazar sobre los resultados de todas las generaciones.

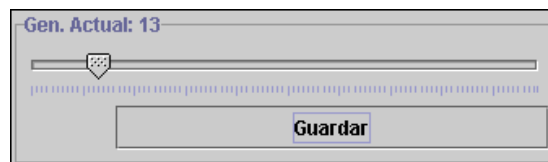


Ilustración 17 El control de desplazamiento sobre los reportes por generación.

Adicionalmente, si el usuario desea localizar al mejor individuo de todo el experimento, puede pulsar el botón, llamado coincidentemente, **El mejor**.



Ilustración 18 El botón para visualizar los datos del mejor individuo global.

4.2.6 Guardar resultados

Para fines de registro de las corridas realizadas con la aplicación, es posible guardar en un archivo con formato HTML los datos de las generaciones que el usuario desee conservar. Este proceso consta de dos fases, descritas a continuación:

1. Selección de las generaciones de las cuales se desea guardar resultados. Para realizar la selección se realizan dos pasos:
 - Posicionar el control de generación actual en la generación de la cual se quiera mantener registro.
 - Pulsar el botón **Guardar**, el cual permanecerá seleccionado indicando que se ha elegido esa generación para ser guardada. Si posteriormente el usuario cambia de parecer, puede seleccionar la generación que ya no y pulsar nuevamente el botón **Guardar** y el botón regresará a su estado original. El usuario puede seleccionar el número de generaciones que desee. La figura 19 muestra el aspecto del botón cuando se ha seleccionado una generación para ser guardada.

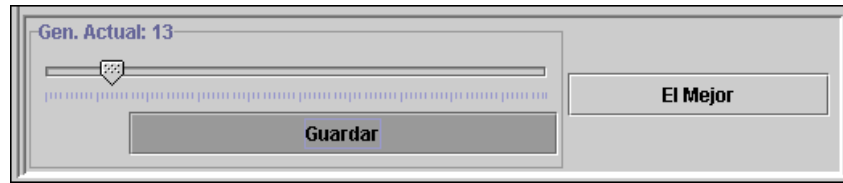


Ilustración 19 Aspecto del botón para guardar la generación actual.

2. El siguiente paso consiste en seleccionar la opción **Guardar Resultados**, dentro del menú **Archivo** de la aplicación. Tras la activación de esa opción del menú se pide al usuario que indique el nombre del archivo, que contendrá la información de las generaciones marcadas, en formato HTML.



Ilustración 20 Opción del menú **Archivo** para guardar los resultados de las generaciones seleccionadas.

4.2.7 Obtener ayuda e información

La aplicación incluye un manual para el usuario, en donde se describe la forma de realizar las operaciones principales del paquete de software. Para abrir la ventana de ayuda el usuario deberá realizar la siguiente operación:

- Seleccionar la opción **Modo de uso**, del menú **Ayuda**.



Ilustración 21 La opción del menú que muestra la ayuda en línea.

Finalmente, puede encontrar información del desarrollo del *applet* en la opción **Acerca de...** del menú **Ayuda**. La figura 22 muestra la opción que debe activar para ello.

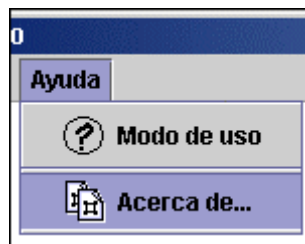


Ilustración 22 Opción del menú que muestra información de la aplicación.

V Resultados de experimentos

En este capítulo se muestran los resultados de una serie de experimentos realizados con la aplicación, con la finalidad de mostrar el funcionamiento del *applet* y de comparar la calidad de las soluciones halladas por las cuatro diferentes técnicas. La función objetivo que se eligió fue presentada por Himmelblau [14] y el objetivo es la minimización de la función f que presenta tres restricciones. Tiene la forma:

$$f(\mathbf{X}) = 5.3578547x_3^2 + 0.835689x_1x_5 + 37.293239x_1 - 40792141$$

$$g_1(\mathbf{X}) = 85.334407 + 0.0056858x_2x_5 + 0.00026x_1x_4 - 0.0022053x_3x_5$$

$$g_2(\mathbf{X}) = 80.51249 + 0.0071317x_2x_5 + 0.0029955x_1x_2 + 0.0021813x_3^2$$

$$g_3(\mathbf{X}) = 9.300961 + 0.0047026x_3x_5 + 0.0012547x_1x_3 + 0.0019085x_3x_4$$

5.1 Datos obtenidos

Para mostrar los resultados que se pueden obtener con la aplicación, se muestran algunos experimentos realizados con la misma. A continuación se muestran los valores empleados en el archivo que especifica características de las variables. Estos parámetros se describen en la sección 4.2.2 Ajuste de parámetros.

- **Representación:** BINARY
- **Número de variables:** 5

En la tabla siguiente se muestran los valores que fueron especificados en el archivo, para la definición de las variables.

Tabla 1 Valores especificados en el archivo de parámetros

Variable	Tipo	Precisión	Límite inferior	Límite superior
1	REAL	6	78.0	102.0

Variable	Tipo	Precisión	Límite inferior	Límite superior
2	REAL	6	33.0	45.0
3	REAL	6	27.0	45.0
4	REAL	6	27.0	45.0
5	REAL	6	27.0	45.0

Las pruebas seguirán la siguiente metodología, en donde los valores que no se mencionan son los que la aplicación tiene predeterminados:

- Tamaño de población: 50, 90 y 200.
- Número de generaciones: 90, 150, 200.
- Probabilidad de cruce 0.4, 0.7 y 0.9.
- Probabilidad de mutación 0, 0.005 y 0.1

En primer lugar todas las técnicas serán evaluadas con estos parámetros. Posteriormente se conducirán pruebas sobre los parámetros específicos de cada técnica.

5.1.1 Variación de los parámetros generales del algoritmo

En esta sección se presentan en forma tabular los resultados obtenidos en la evaluación de cada técnica con los parámetros descritos anteriormente. La finalidad de estos experimentos es observar la diferencia que existe entre las soluciones halladas, a fin de determinar cuales son los valores más apropiados para las variables del algoritmos. Los resultados mostrados son el promedio de valores obtenidos del mejor individuo de cada experimento en 10 ejecuciones de cada algoritmo. Los valores que se presentan son:

- El valor de la función objetivo.

- Los valores en las restricciones.
- La factibilidad del individuo.

5.1.2 Variación del tamaño de la población

En este apartado se presentan los mejores individuos hallados tras realizar experimentos con distintos tamaños de población, de 50 a 1000 individuos, con aumentos graduales de 50. Los resultados se presentan para cada técnica.

Tabla 2 Mejores individuos hallados con variación del tamaño de población en la técnica de pena de muerte.

Tam. Población	Función objetivo	Restr. 1	Restr. 2	Restr. 3	Factible
50	-30833.932	91.641	100.362	20.034	Sí
100	-30941.458	91.804	100.210	20.057	Sí
150	-30946.759	91.915	100.438	20.019	Sí
200	-30772.952	91.916	100.808	20.158	Sí
250	-30596.501	91.109	99.8773	20.007	Sí
300	-30869.397	91.529	99.8866	20.067	Sí
350	-30943.916	91.978	100.552	20.046	Sí
400	-30786.471	91.830	100.575	20.000	Sí
450	-30917.991	91.765	100.200	20.005	Sí
500	-30936.713	91.800	100.310	20.009	Sí
550	-30809.439	91.810	100.473	20.000	Sí
600	-30872.749	91.879	100.679	20.018	Sí
650	-30915.670	91.730	100.210	20.003	Sí
700	-30834.950	91.957	100.896	20.005	Sí
750	-30809.501	91.959	101.040	20.001	Sí
800	-30828.998	91.616	100.180	20.097	Sí
850	-30917.099	91.970	100.482	20.086	Sí
900	-30902.271	91.924	100.605	20.007	Sí
950	-30878.028	91.537	99.9173	20.015	Sí
1000	-30931.862	91.804	100.265	20.000	Sí

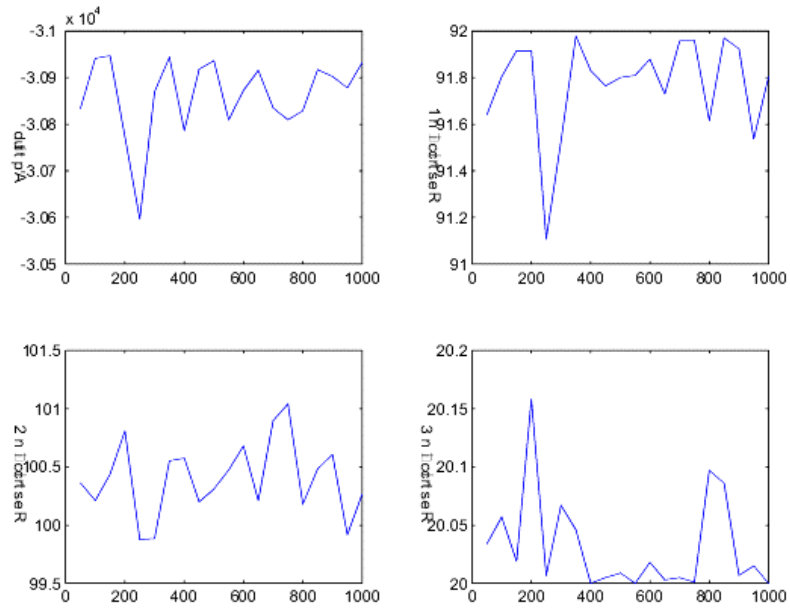


Ilustración 23 Variación del tamaño de población en la técnica de pena de muerte.

Tabla 3 Mejores individuos hallados con variación del tamaño de población en la técnica de penalización adaptativa.

Tam. Población	Función objetivo	Restr. 1	Restr. 2	Restr. 3	Factible
50	-30833.932	91.641	100.362	20.034	Sí
100	-30941.458	91.804	100.210	20.057	Sí
150	-30906.456	91.560	99.9138	20.003	Sí
200	-30753.077	90.983	99.1761	20.013	Sí
250	-30688.284	91.444	100.249	20.007	Sí
300	-30995.242	91.939	100.370	20.014	Sí
350	-30835.143	91.705	100.504	20.002	Sí
400	-30786.471	91.830	100.575	20.000	Sí
450	-30827.070	91.484	99.9224	20.028	Sí
500	-30834.642	91.558	99.9957	20.031	Sí
550	-30850.277	91.936	100.852	20.037	Sí
600	-30928.822	91.801	100.258	20.023	Sí
650	-30915.670	91.730	100.210	20.003	Sí
700	-30889.461	91.808	100.263	20.128	Sí

750	-30812.230	91.617	100.160	20.133	Sí
800	-30874.646	91.548	99.9268	20.010	Sí
850	-30861.881	91.460	99.8940	20.013	Sí
900	-30902.271	91.924	100.605	20.007	Sí
950	-30835.910	91.979	100.857	20.007	Sí
1000	-30899.760	91.870	100.664	20.006	Sí

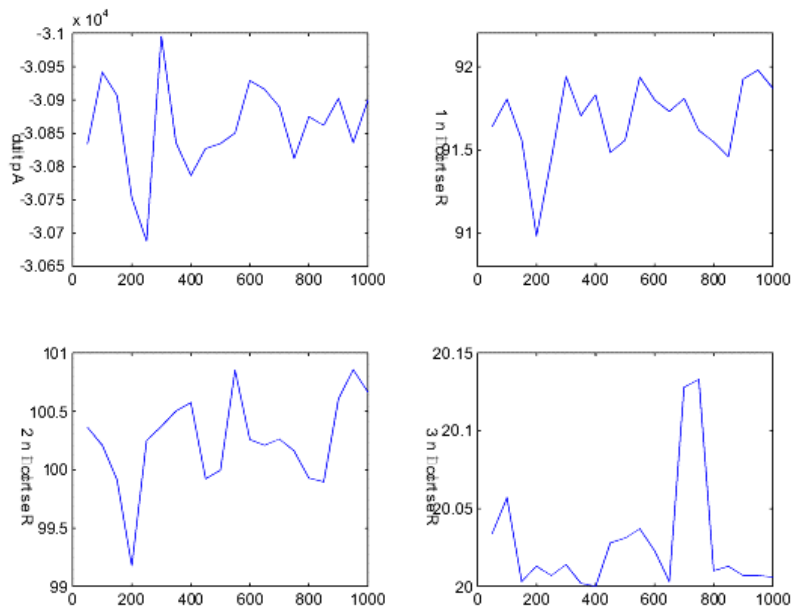


Ilustración 24 Variación del tamaño de población en la técnica de penalización adaptativa.

Tabla 4 Mejores individuos hallados con variación del tamaño de población en la técnica de penalización de recocido simulado.

Tam. Población	Función objetivo	Restr. 1	Restr. 2	Restr. 3	Factible
50	-30833.615	91.635	100.354	20.026	Sí
100	-30822.519	91.493	99.9831	20.000	Sí
150	-30536.069	91.654	100.666	20.263	Sí
200	-30458.238	91.993	101.032	20.407	Sí
250	-30700.029	91.401	99.8391	20.255	Sí
300	-30570.615	91.974	101.322	20.053	Sí

Tam. Población	Función objetivo	Restr. 1	Restr. 2	Restr. 3	Factible
350	-30477.770	91.507	100.352	20.470	Sí
400	-30542.893	91.635	100.855	20.080	Sí
450	-30551.051	91.616	100.561	20.075	Sí
500	-29961.500	91.620	101.241	20.563	Sí
550	-30789.986	91.965	100.984	20.116	Sí
600	-30537.542	91.098	99.6761	20.060	Sí
650	-30300.110	91.193	100.594	20.052	Sí
700	-30640.988	91.758	100.897	20.068	Sí
750	-30480.774	91.372	100.615	20.001	Sí
800	-30694.422	91.993	101.346	20.082	Sí
850	-30716.466	91.236	99.8364	20.036	Sí
900	-30633.897	91.882	100.900	20.135	Sí
950	-30321.006	91.755	101.053	20.334	Sí
1000	-30483.156	91.475	100.542	20.067	Sí

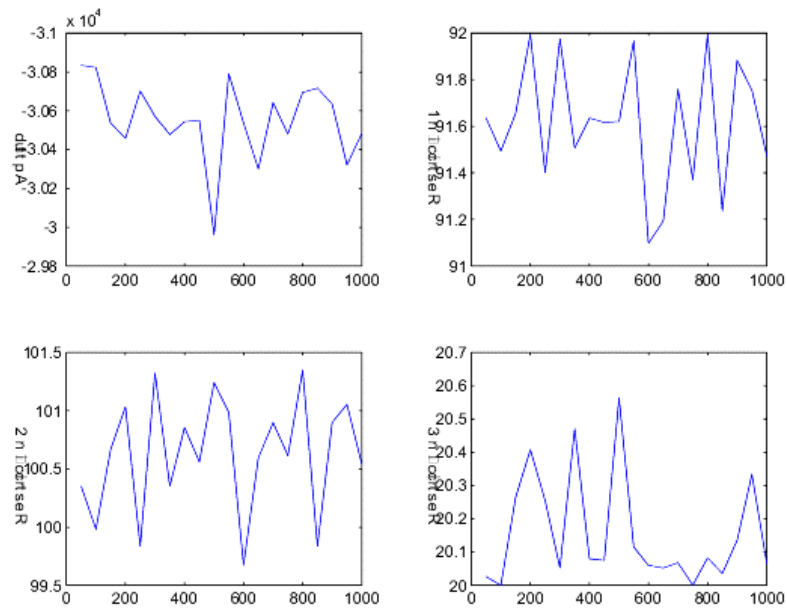


Ilustración 25 Variación del tamaño de población en la técnica de penalización de recocido simulado.

Tabla 5 Mejores individuos hallados con variación del tamaño de población en la técnica de penalización dinámica.

Tam. Población	Función objetivo	Restr. 1	Restr. 2	Restr. 3	Factible
50	-30833.932	91.641	100.362	20.034	Sí
100	-30855.146	91.493	99.9057	20.016	Sí
150	-30926.740	91.910	100.396	20.051	Sí
200	-30942.315	91.888	100.356	20.030	Sí
250	-30830.290	91.344	99.7337	20.004	Sí
300	-30923.161	91.810	100.350	20.000	Sí
350	-30832.151	91.791	100.656	20.035	Sí
400	-30916.570	91.602	99.9751	20.004	Sí
450	-30895.149	91.805	100.364	20.018	Sí
500	-30936.713	91.800	100.310	20.009	Sí
550	-30891.250	91.756	100.407	20.000	Sí
600	-30877.964	91.791	100.380	20.002	Sí
650	-30890.600	91.915	100.748	20.028	Sí
700	-30873.848	91.842	100.416	20.011	Sí
750	-30718.821	91.589	100.657	20.031	Sí
800	-30912.178	91.721	100.268	20.006	Sí
850	-30793.675	91.899	100.775	20.001	Sí
900	-30902.271	91.924	100.605	20.007	Sí
950	-30835.910	91.979	100.857	20.007	Sí
1000	-30899.760	91.870	100.664	20.006	Sí

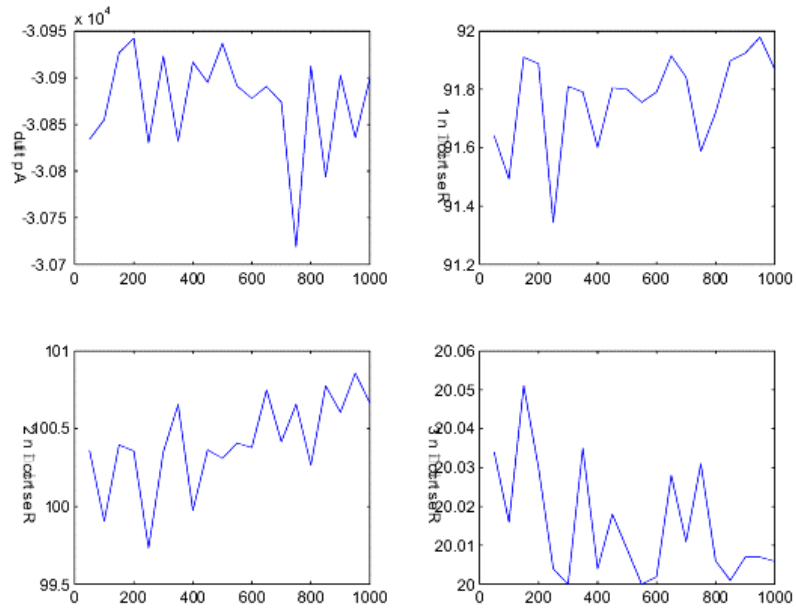


Ilustración 26 Variación del tamaño de población en la técnica de penalización dinámica.

5.1.3 Variación del número de generaciones

En este apartado se presentan los mejores individuos hallados con todas las técnicas tras realizar experimentos durante 675 generaciones, reportando resultados cada 25 generaciones.

Tabla 6 Mejores individuos hallados por generación en la técnica de pena de muerte.

Generación	Función objetivo	Restr. 1	Restr. 2	Restr. 3	Factible
25	-30159.291	90.411	98.8481	20.314	Sí
50	-30316.733	90.279	98.4858	20.107	Sí
75	-30330.939	91.406	101.279	20.069	Sí
100	-30347.702	90.301	98.5443	20.051	Sí
125	-30347.985	90.300	98.5439	20.050	Sí
150	-30759.063	91.648	100.187	20.194	Sí
175	-30761.323	91.649	100.186	20.191	Sí
200	-30803.890	91.687	100.256	20.100	Sí

Generación	Función objetivo	Restr. 1	Restr. 2	Restr. 3	Factible
225	-30812.714	91.647	100.158	20.085	Sí
250	-30965.567	91.927	100.452	20.014	Sí
275	-30967.978	91.880	100.349	20.011	Sí
300	-31001.510	91.977	100.414	20.008	Sí
325	-31001.510	91.977	100.414	20.008	Sí
350	-31001.701	91.977	100.414	20.008	Sí
375	-31005.139	91.970	100.401	20.001	Sí
400	-31005.200	91.970	100.401	20.001	Sí
425	-31006.800	91.971	100.400	20.000	Sí
450	-31006.800	91.971	100.400	20.000	Sí
475	-31006.800	91.971	100.400	20.000	Sí
500	-31006.809	91.971	100.401	20.000	Sí
525	-31006.809	91.971	100.401	20.000	Sí
550	-31006.809	91.971	100.401	20.000	Sí
575	-31006.809	91.971	100.401	20.000	Sí
600	-31006.809	91.971	100.401	20.000	Sí
625	-31006.809	91.971	100.401	20.000	Sí
650	-31006.809	91.971	100.401	20.000	Sí
675	-31006.809	91.971	100.401	20.000	Sí

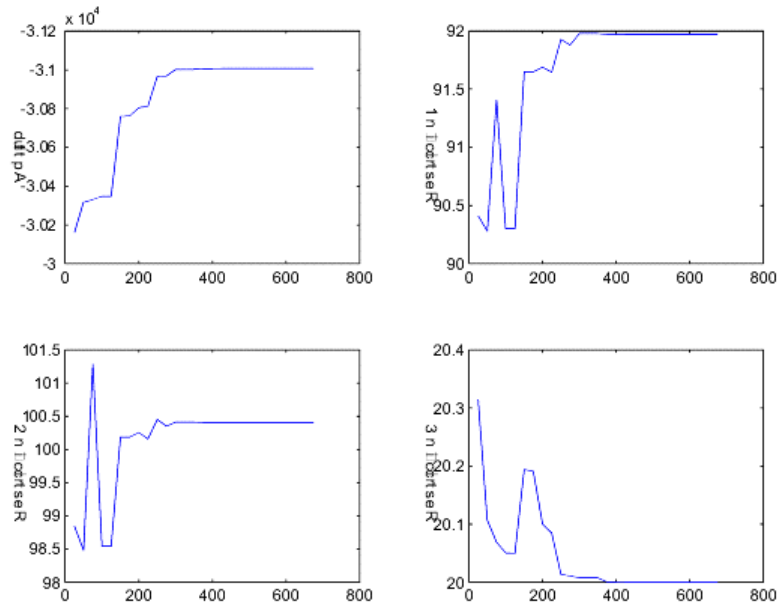


Ilustración 27 Mejores individuos hallados por generación en la técnica de pena de muerte.

Tabla 7 Mejores individuos hallados por generación en la técnica de penalización adaptativa.

Generación	Función objetivo	Restr. 1	Restr. 2	Restr. 3	Factible
25	-30159.291	90.411	98.8481	20.314	Sí
50	-30316.733	90.279	98.4858	20.107	Sí
75	-30330.939	91.406	101.279	20.069	Sí
100	-30347.702	90.301	98.5443	20.051	Sí
125	-30347.985	90.300	98.5439	20.050	Sí
150	-30759.063	91.648	100.187	20.194	Sí
175	-30761.323	91.649	100.186	20.191	Sí
200	-30803.890	91.687	100.256	20.100	Sí
225	-30812.714	91.647	100.158	20.085	Sí
250	-30965.567	91.927	100.452	20.014	Sí
275	-30967.978	91.880	100.349	20.011	Sí
300	-31001.510	91.977	100.414	20.008	Sí
325	-31001.510	91.977	100.414	20.008	Sí
350	-31001.701	91.977	100.414	20.008	Sí
375	-31005.139	91.970	100.401	20.001	Sí

Generación	Función objetivo	Restr. 1	Restr. 2	Restr. 3	Factible
400	-31005.200	91.970	100.401	20.001	Sí
425	-31006.800	91.971	100.400	20.000	Sí
450	-31006.800	91.971	100.400	20.000	Sí
475	-31006.800	91.971	100.400	20.000	Sí
500	-31006.809	91.971	100.401	20.000	Sí
525	-31006.809	91.971	100.401	20.000	Sí
550	-31006.809	91.971	100.401	20.000	Sí
575	-31006.809	91.971	100.401	20.000	Sí
600	-31006.809	91.971	100.401	20.000	Sí
625	-31006.809	91.971	100.401	20.000	Sí
650	-31006.809	91.971	100.401	20.000	Sí
675	-31006.809	91.971	100.401	20.000	Sí

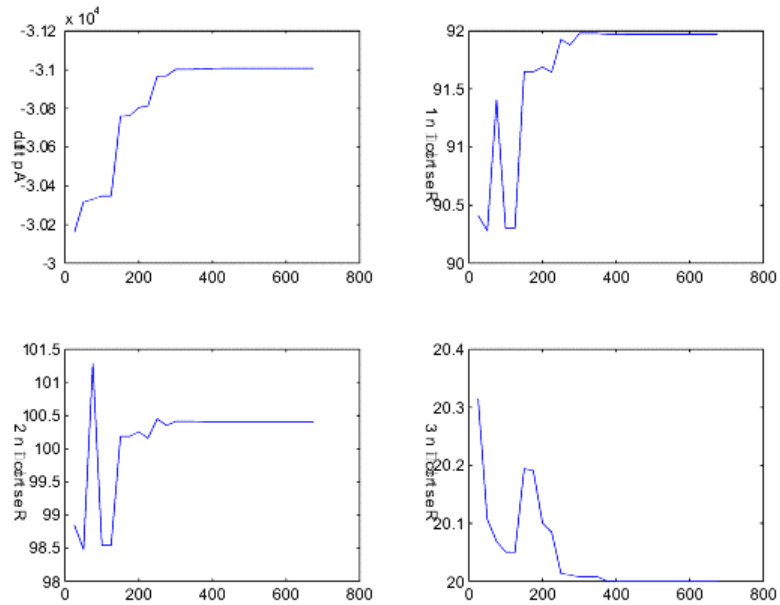


Ilustración 28 Mejores individuos hallados por generación en la técnica de penalización adaptativa.

Tabla 8 Mejores individuos hallados por generación
en la técnica de penalización de recocido simulado.

Generación	Función objetivo	Restr. 1	Restr. 2	Restr. 3	Factible
25	-30159.291	90.411	98.848	20.314	Sí
50	-30316.733	90.279	98.485	20.107	Sí
75	-30330.939	91.406	101.279	20.069	Sí
100	-30330.939	91.406	101.279	20.069	Sí
125	-30330.939	91.406	101.279	20.069	Sí
150	-30330.939	91.406	101.279	20.069	Sí
175	-30330.939	91.406	101.279	20.069	Sí
200	-30330.939	91.406	101.279	20.069	Sí
225	-30330.939	91.406	101.279	20.069	Sí
250	-30330.939	91.406	101.279	20.069	Sí
275	-30330.939	91.406	101.279	20.069	Sí
300	-30330.939	91.406	101.279	20.069	Sí
325	-30330.939	91.406	101.279	20.069	Sí
350	-30330.939	91.406	101.279	20.069	Sí
375	-30330.939	91.406	101.279	20.069	Sí
400	-30330.939	91.406	101.279	20.069	Sí
425	-30330.939	91.406	101.279	20.069	Sí
450	-30330.939	91.406	101.279	20.069	Sí
475	-30330.939	91.406	101.279	20.069	Sí
500	-30330.939	91.406	101.279	20.069	Sí
525	-30330.939	91.406	101.279	20.069	Sí
550	-30330.939	91.406	101.279	20.069	Sí
575	-30330.939	91.406	101.279	20.069	Sí
600	-30330.939	91.406	101.279	20.069	Sí
625	-30330.939	91.406	101.279	20.069	Sí
650	-30330.939	91.406	101.279	20.069	Sí
675	-30330.939	91.406	101.279	20.069	Sí

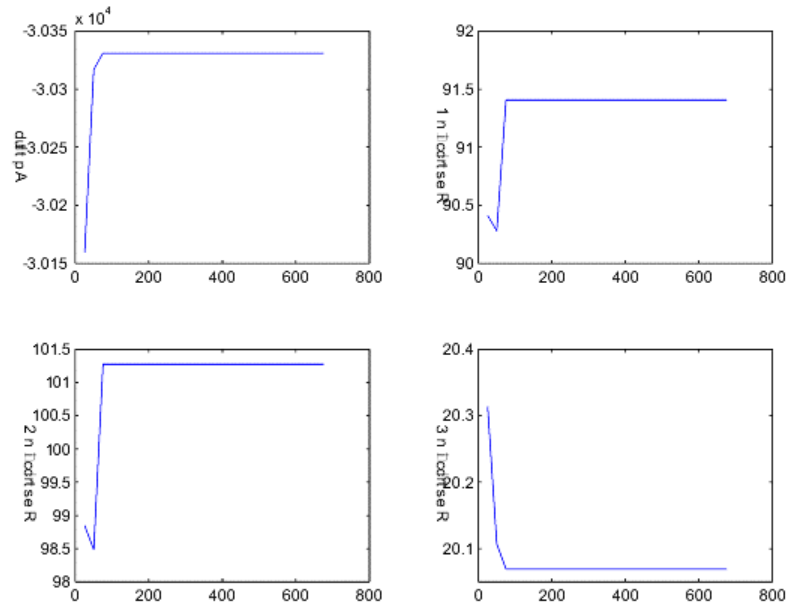


Ilustración 29 Mejores individuos hallados por generación en la técnica de recocido simulado.

Tabla 9 Mejores individuos hallados por generación en la técnica de penalización dinámica.

Generación	Función objetivo	Restr. 1	Restr. 2	Restr. 3	Factible
25	-30159.291	90.411	98.848	20.314	Sí
50	-30316.733	90.279	98.485	20.107	Sí
75	-30330.939	91.406	101.279	20.069	Sí
100	-30347.702	90.301	98.5443	20.051	Sí
125	-30347.985	90.300	98.5439	20.050	Sí
150	-30759.063	91.648	100.187	20.194	Sí
175	-30761.323	91.649	100.186	20.191	Sí
200	-30803.890	91.687	100.256	20.100	Sí
225	-30812.714	91.647	100.158	20.085	Sí
250	-30965.567	91.927	100.452	20.014	Sí
275	-30967.978	91.880	100.349	20.011	Sí
300	-31001.510	91.977	100.414	20.008	Sí
325	-31001.510	91.977	100.414	20.008	Sí
350	-31001.701	91.977	100.414	20.008	Sí
375	-31005.139	91.970	100.401	20.001	Sí

Generación	Función objetivo	Restr. 1	Restr. 2	Restr. 3	Factible
400	-31005.200	91.970	100.401	20.001	Sí
425	-31006.800	91.971	100.400	20.000	Sí
450	-31006.800	91.971	100.400	20.000	Sí
475	-31006.800	91.971	100.400	20.000	Sí
500	-31006.809	91.971	100.401	20.000	Sí
525	-31006.809	91.971	100.401	20.000	Sí
550	-31006.809	91.971	100.401	20.000	Sí
575	-31006.809	91.971	100.401	20.000	Sí
600	-31006.809	91.971	100.401	20.000	Sí
625	-31006.809	91.971	100.401	20.000	Sí
650	-31006.809	91.971	100.401	20.000	Sí
675	-31006.809	91.971	100.401	20.000	Sí

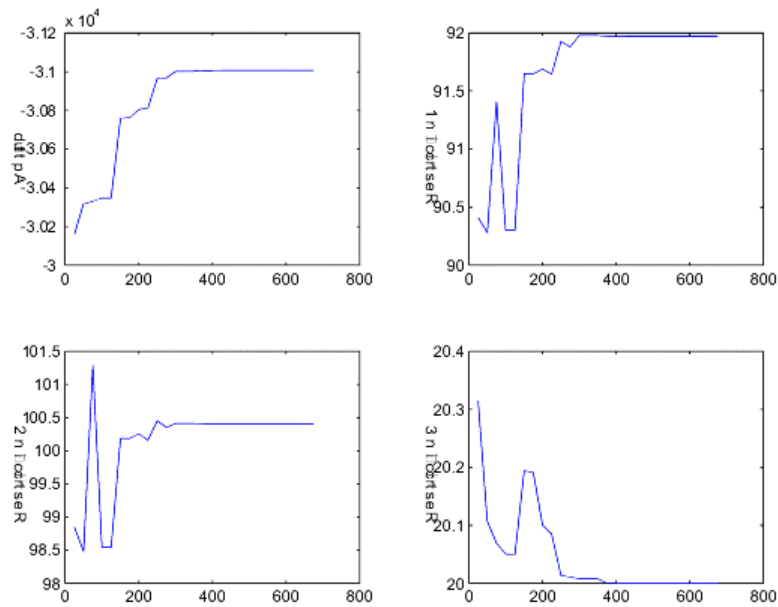


Ilustración 30 Mejores individuos hallados por generación en la técnica de penalización dinámica.

5.1.4 Variación de la probabilidad de cruce

A continuación se muestran los resultados obtenidos en los experimentos de variación de la probabilidad de cruce.

Tabla 10 Resultados de la variación de la probabilidad de cruce en la técnica de pena de muerte.

Prob. cruce	Función objetivo	Restr. 1	Restr. 2	Restr. 3	Factible
0.2	-30662.508	90.980	99.3015	20.036	Sí
0.25	-30718.791	91.354	99.9646	20.002	Sí
0.3	-30762.977	91.157	99.5547	20.007	Sí
0.35	-30579.211	91.610	101.151	20.039	Sí
0.40	-30909.257	91.856	100.358	20.017	Sí
0.45	-30877.544	91.635	100.169	20.035	Sí
0.50	-30892.182	91.566	99.9381	20.032	Sí
0.55	-30827.477	91.524	99.9853	20.001	Sí
0.60	-30849.648	91.292	99.5599	20.000	Sí
0.65	-30730.323	91.066	99.3645	20.006	Sí
0.70	-30901.755	91.739	100.218	20.027	Sí
0.75	-30469.995	91.731	101.780	20.004	Sí
0.80	-30709.752	91.097	99.4386	20.026	Sí
0.85	-30688.277	91.139	99.5335	20.085	Sí
0.90	-30441.224	90.593	99.0024	20.003	Sí
0.95	-30760.849	91.448	99.9410	20.001	Sí
1	-30850.079	91.614	100.114	20.014	Sí

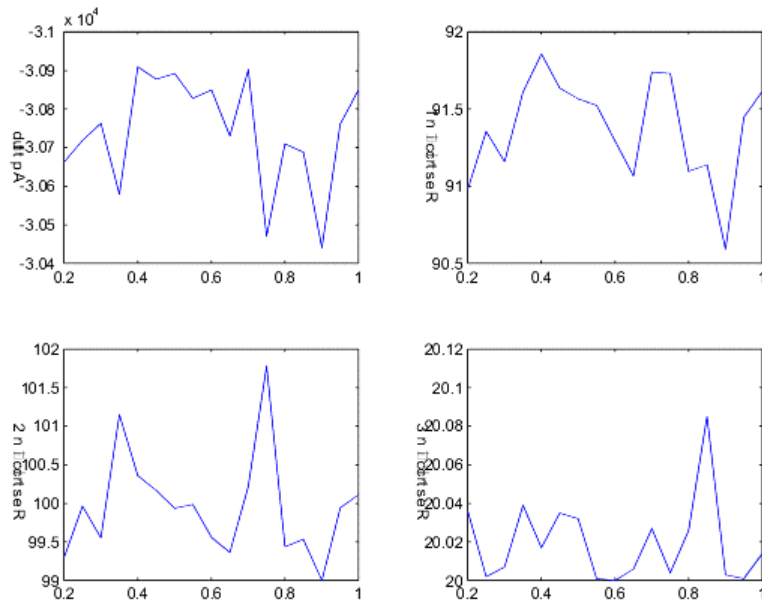


Ilustración 31 Gráfica de los resultados de la variación de la prob. de cruce en la técnica de pena de muerte.

Tabla 11 Resultados de la variación de la probabilidad de cruce en la técnica de penalización adaptativa.

Prob. cruce	Función objetivo	Restr. 1	Restr. 2	Restr. 3	Factible
0.2	-30662.508	90.980	99.3015	20.036	Sí
0.25	-30718.791	91.354	99.9646	20.002	Sí
0.3	-30759.063	91.648	100.187	20.194	Sí
0.35	-30731.190	91.561	100.608	20.000	Sí
0.40	-30717.131	90.929	99.1298	20.027	Sí
0.45	-30840.114	91.972	100.935	20.016	Sí
0.50	-30606.236	91.957	100.836	20.075	Sí
0.55	-30868.587	91.490	99.8989	20.020	Sí
0.60	-30790.612	91.719	100.295	20.001	Sí
0.65	-30909.366	91.823	100.394	20.028	Sí
0.70	-30798.310	91.287	99.7227	20.002	Sí
0.75	-30891.666	91.580	100.046	20.004	Sí
0.80	-30946.653	91.814	100.228	20.037	Sí
0.85	-30590.616	90.596	98.7388	20.009	Sí

Prob. cruce	Función objetivo	Restr. 1	Restr. 2	Restr. 3	Factible
0.90	-30700.805	91.079	99.4022	20.060	Sí
0.95	-30727.602	91.129	99.5296	20.001	Sí
1	-30726.593	91.117	99.5680	20.014	Sí

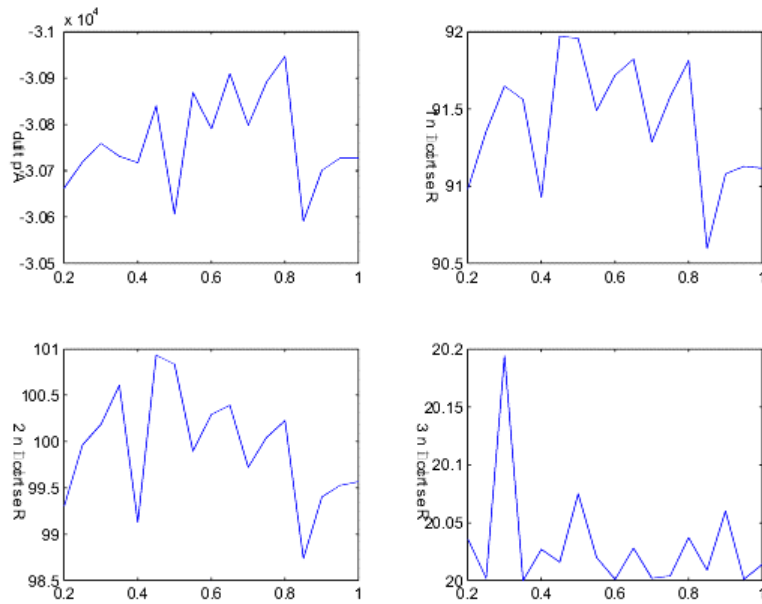


Ilustración 32 Gráfica de los resultados de la variación de la prob. de cruce en la técnica de penalización adaptativa.

Tabla 12 Resultados de la variación de la probabilidad de cruce en la técnica de penalización de recocido simulado.

Prob. cruce	Función objetivo	Restr. 1	Restr. 2	Restr. 3	Factible
0.2	-30518.760	91.385	100.397	20.127	Sí
0.25	-30709.042	91.368	99.9960	20.014	Sí
0.3	-30752.515	91.080	99.3933	20.008	Sí
0.35	-30457.909	91.856	101.635	20.260	Sí
0.40	-30765.596	91.702	100.344	20.065	Sí
0.45	-30766.719	91.442	99.9063	20.113	Sí

Prob. cruce	Función objetivo	Restr. 1	Restr. 2	Restr. 3	Factible
0.50	-30885.651	91.584	99.9617	20.060	Sí
0.55	-30825.566	91.525	99.9881	20.004	Sí
0.60	-30840.916	91.301	99.5819	20.012	Sí
0.65	-30724.379	91.077	99.3858	20.018	Sí
0.70	-30894.086	91.696	100.151	20.004	Sí
0.75	-30419.144	90.528	98.9069	20.060	Sí
0.80	-30589.528	91.019	99.4890	20.041	Sí
0.85	-30387.765	91.147	100.449	20.019	Sí
0.90	-30369.691	90.985	100.075	20.017	Sí
0.95	-30757.933	91.447	99.9415	20.003	Sí
1	-30669.803	91.314	100.039	20.089	Sí

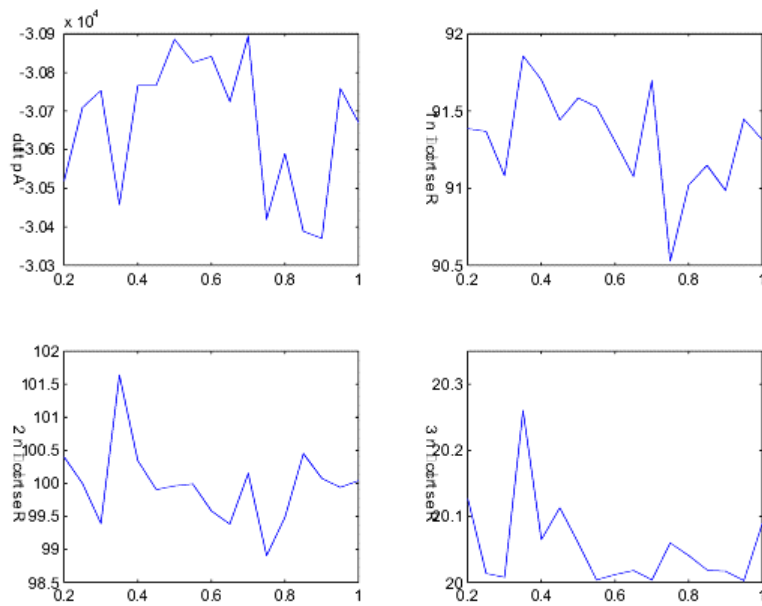


Ilustración 33 Gráfica de los resultados de la variación de la prob. de cruce en la técnica de penalización de recocido simulado.

Tabla 13 Resultados de la variación de la probabilidad de cruce en la técnica de penalización dinámica.

Prob. cruce	Función objetivo	Restr. 1	Restr. 2	Restr. 3	Factible
0.2	-30662.508	90.980	99.3015	20.036	Sí
0.25	-30718.791	91.354	99.9646	20.002	Sí
0.3	-30762.977	91.157	99.5547	20.007	Sí
0.35	-30579.211	91.610	101.151	20.039	Sí
0.40	-30909.257	91.856	100.358	20.017	Sí
0.45	-30877.544	91.635	100.169	20.035	Sí
0.50	-30892.182	91.566	99.9381	20.032	Sí
0.55	-30827.477	91.524	99.9853	20.001	Sí
0.60	-30849.648	91.292	99.5599	20.000	Sí
0.65	-30730.323	91.066	99.3645	20.006	Sí
0.70	-30901.755	91.739	100.218	20.027	Sí
0.75	-30469.995	91.731	101.780	20.004	Sí
0.80	-30709.752	91.097	99.4386	20.026	Sí
0.85	-30688.277	91.139	99.5335	20.085	Sí
0.90	-30441.224	90.593	99.0024	20.003	Sí
0.95	-30760.849	91.448	99.9410	20.001	Sí
1	-30850.079	91.614	100.114	20.014	Sí

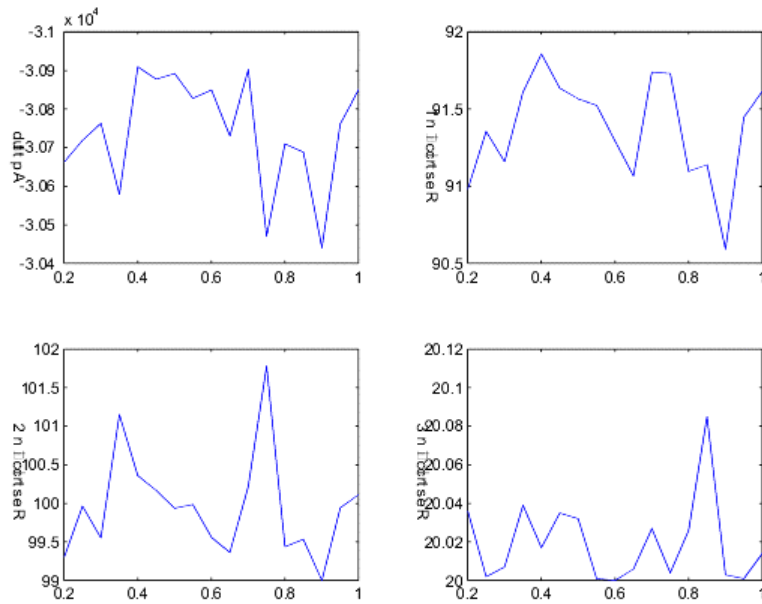


Ilustración 34 Gráfica de los resultados de la variación de la prob. de cruce en la técnica de penalización dinámica.

5.1.5 Variación de la probabilidad de mutación

A continuación se muestran los resultados obtenidos en los experimentos de variación de la probabilidad de mutación.

Tabla 14 Resultados de la variación de la probabilidad de mutación en la técnica de pena de muerte.

Prob. cruce	Función objetivo	Restr. 1	Restr. 2	Restr. 3	Factible
0.0	-30858.21	91.64	100.1486	20.035	Sí
0.001	-30591.86	91.15	100.0672	20.02	Sí
0.002	-30678.89	91.17	99.54904	20.148	Sí
0.005	-30835.70	91.53	99.97393	20.02	Sí
0.007	-30778.51	91.66	100.2865	20.03	Sí
0.01	-30769.17	91.04	99.27196	20.007	Sí
0.025	-30788.73	91.61	100.2748	20.00	Sí
0.05	-30739.31	91.79	100.7642	20.07	Sí

Prob. cruce	Función objetivo	Restr. 1	Restr. 2	Restr. 3	Factible
0.075	-30702.16	91.06	99.48833	20.00	Sí
0.1	-30914.64	91.91	100.5872	20.015	Sí
0.25	-30601.58	91.15	99.74511	20.035	Sí
0.5	-30449.57	91.39	100.7363	20.08	Sí
0.75	-30875.23	91.69	100.2168	20.004	Sí

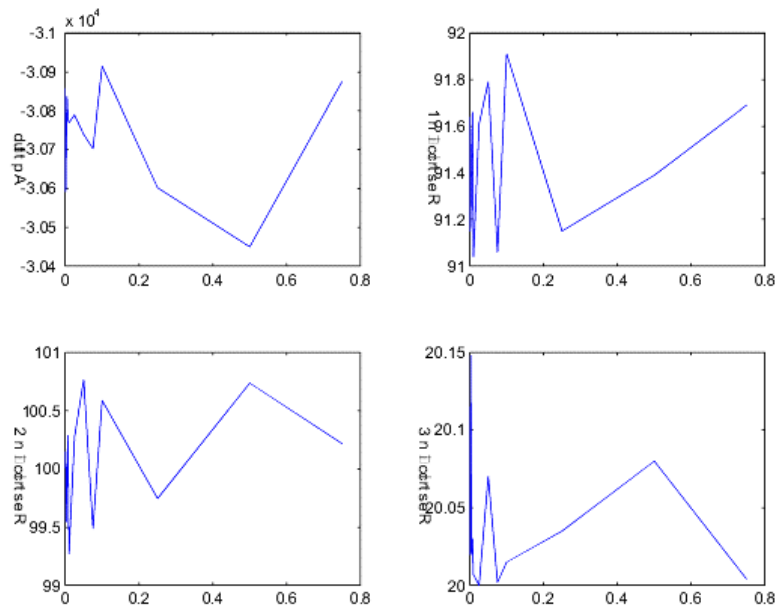


Ilustración 35 Gráfica de los resultados de la variación de la prob. de mutación en la técnica de pena de muerte.

Tabla 15 Resultados de la variación de la probabilidad de mutación en la técnica de penalización adaptativa.

Prob. mutación	Función objetivo	Restr. 1	Restr. 2	Restr. 3	Factible
0.0	-30858.21	91.64	100.1486	20.035	Sí
0.00	-30591.86	91.15	100.0672	20.02	Sí
0.00	-30678.89	91.17	99.54904	20.148	Sí
0.00	-30835.70	91.53	99.97393	20.02	Sí

Prob. mutación	Función objetivo	Restr. 1	Restr. 2	Restr. 3	Factible
0.00	-30778.51	91.66	100.2865	20.03	Sí
0.01	-30769.17	91.04	99.27196	20.007	Sí
0.02	-30788.73	91.61	100.2748	20.00	Sí
0.05	-30739.31	91.79	100.7642	20.07	Sí
0.07	-30702.16	91.06	99.48833	20.002	Sí
0.1	-30914.64	91.91	100.5872	20.015	Sí
0.25	-30601.58	91.15	99.74511	20.035	Sí
0.5	-30449.57	91.39	100.7363	20.08	Sí
0.75	-30875.23	91.69	100.2168	20.004	Sí

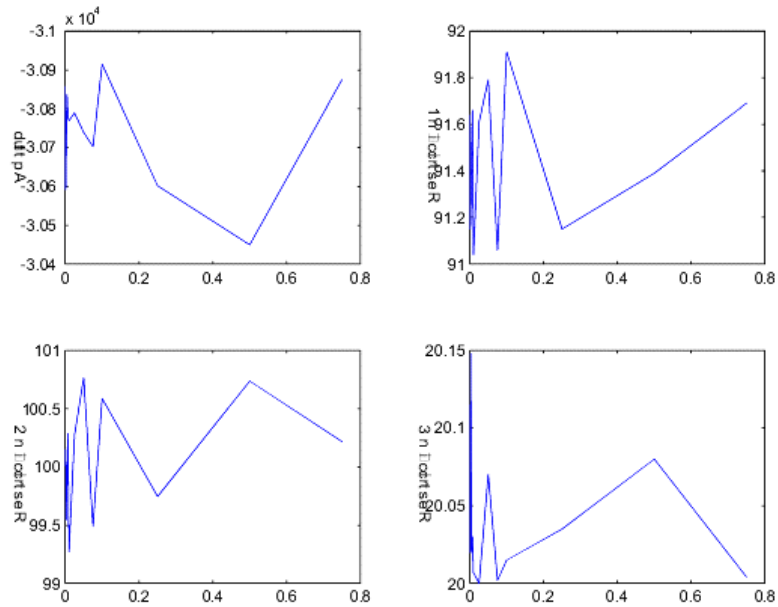


Ilustración 36 Gráfica de los resultados de la variación de la prob. de mutación en la técnica de penalización adaptativa.

Tabla 16 Resultados de la variación de la probabilidad de mutación en la técnica de penalización de recocido simulado.

Prob. mutación	Función objetivo	Restr. 1	Restr. 2	Restr. 3	Factible
0.0	-30728.612	91.568	100.06499	20.260	Sí
0.001	-30532.302	90.658	98.928245	20.030	Sí
0.002	-30658.051	91.200	99.625329	20.151	Sí
0.005	-30533.382	90.854	99.454888	20.029	Sí
0.007	-30563.696	91.040	99.620549	20.026	Sí
0.01	-30765.913	91.029	99.234507	20.016	Sí
0.025	-30727.213	91.622	100.36768	20.035	Sí
0.05	-30737.392	91.793	100.77040	20.077	Sí
0.075	-30756.692	91.445	99.955011	20.014	Sí
0.1	-30815.650	91.833	100.58432	20.082	Sí
0.25	-30863.847	91.880	100.72884	20.026	Sí
0.5	-30623.542	91.947	100.83606	20.117	Sí
0.75	-30702.376	91.846	100.82444	20.131	Sí

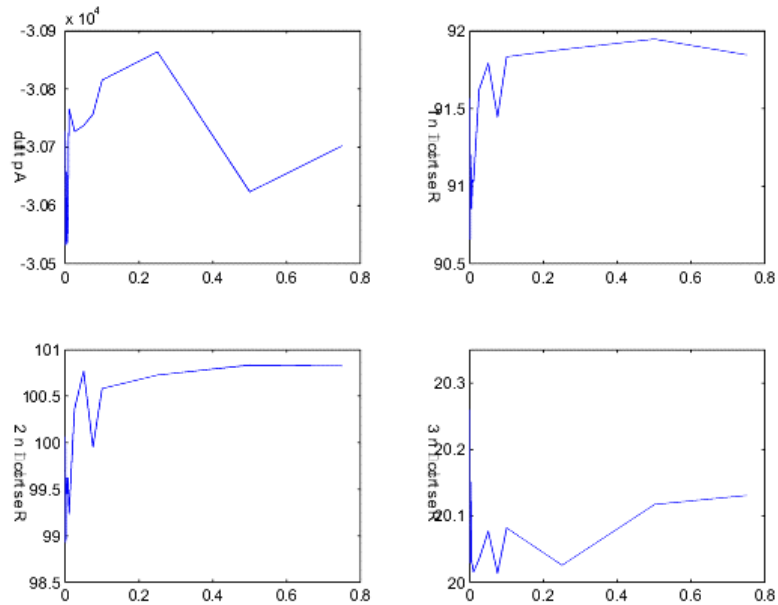


Ilustración 37 Gráfica de los resultados de la variación de la prob. de mutación en la técnica de penalización de recocido simulado.

Tabla 17 Resultados de la variación de la probabilidad de mutación en la técnica de penalización dinámica.

Prob. mutación	Función objetivo	Restr. 1	Restr. 2	Restr. 3	Factible
0.0	-30858.217	91.646	100.14862	20.035	Sí
0.001	-30591.867	91.155	100.06726	20.020	Sí
0.002	-30678.896	91.172	99.549046	20.140	Sí
0.005	-30835.706	91.538	99.973932	20.028	Sí
0.007	-30778.519	91.668	100.28657	20.037	Sí
0.01	-30769.177	91.042	99.271966	20.002	Sí
0.025	-30788.738	91.611	100.27484	20.005	Sí
0.05	-30739.313	91.790	100.76427	20.072	Sí
0.075	-30702.167	91.065	99.488333	20.002	Sí
0.1	-30914.648	91.913	100.58726	20.011	Sí
0.25	-30601.587	91.157	99.745110	20.036	Sí
0.5	-30449.574	91.395	100.73637	20.087	Sí
0.75	-30875.235	91.693	100.21680	20.008	Sí

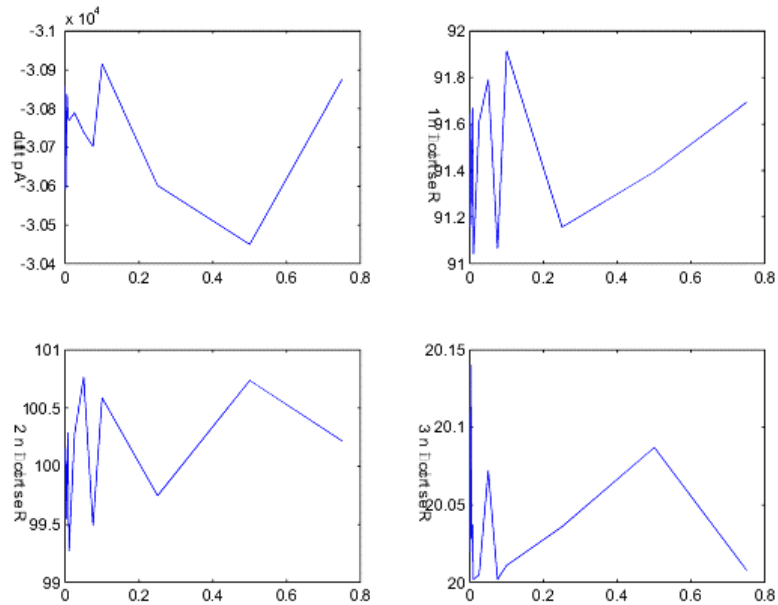


Ilustración 38 Gráfica de los resultados de la variación de la prob. de mutación en la técnica de penalización dinámica.

5.2 Ajuste de los parámetros particulares de cada técnica

En esta sección se presentan en forma tabular y gráfica los resultados obtenidos en la evaluación de cada técnica con distintos valores en sus parámetros específicos, con el propósito de determinar los efectos de sintonización en la calidad de los resultados. Los datos mostrados son el promedio de valores obtenidos del mejor individuo de cada experimento en 20 ejecuciones de cada algoritmo:

5.2.1 Penalización adaptativa

Con la variación de los tres parámetros específicos de este algoritmo, B_1 , B_2 y k , se obtuvieron los siguientes datos, los cuales se muestran en forma tabular y gráfica.

Tabla 18 Datos obtenidos con la variación del parámetro B_1 .

B_1	Función objetivo	Restr. 1	Restr. 2	Restr. 3	Factible
3	-30759.0636	149	91.648	100.1879	20.194
4	-30714.1015	147	91.897	100.6105	20.105
5	-30719.0019	148	91.661	100.3051	20.193
6	-30835.7062	144	91.538	99.97393	20.028
7	-30848.1552	142	91.590	100.0937	20.041
8	-30906.9508	147	91.889	100.6022	20.008
9	-30847.9934	149	91.822	100.5928	20.000
10	-30866.6902	139	91.488	99.93411	20.008

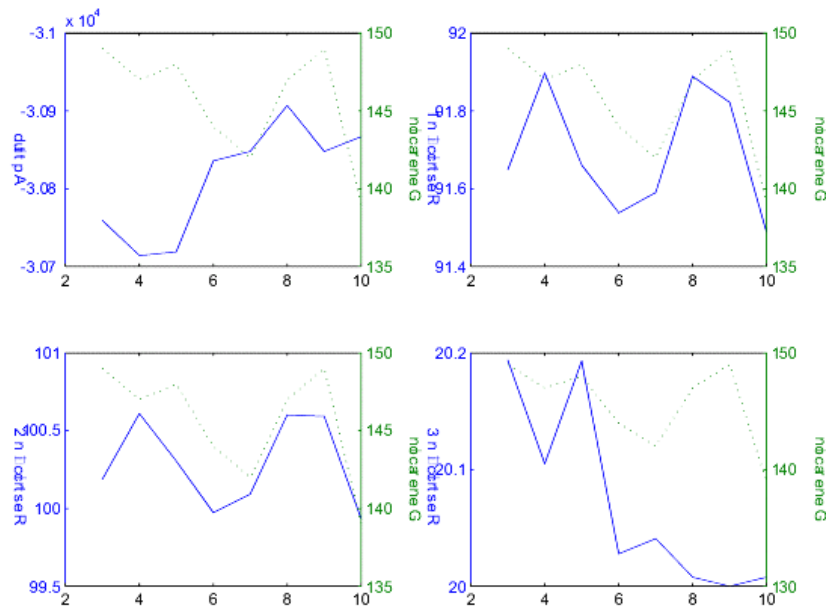


Ilustración 39 Gráfica de los datos obtenidos con la variación del parámetro B_1 .

Tabla 19 Datos obtenidos con la variación del parámetro B_2 .

B_2	Función objetivo	Restr. 1	Restr. 2	Restr. 3	Factible
2	-30759.0636	149	91.648	100.1879	20.194
4	-30759.0636	149	91.648	100.1879	20.194
5	-30714.1015	147	91.897	100.6105	20.105
6	-30719.0019	148	91.661	100.3051	20.193
7	-30835.7062	144	91.538	99.97393	20.028
8	-30848.1552	142	91.590	100.0937	20.041
9	-30906.9508	147	91.889	100.6022	20.008
10	-30847.9934	149	91.822	100.5928	20.000

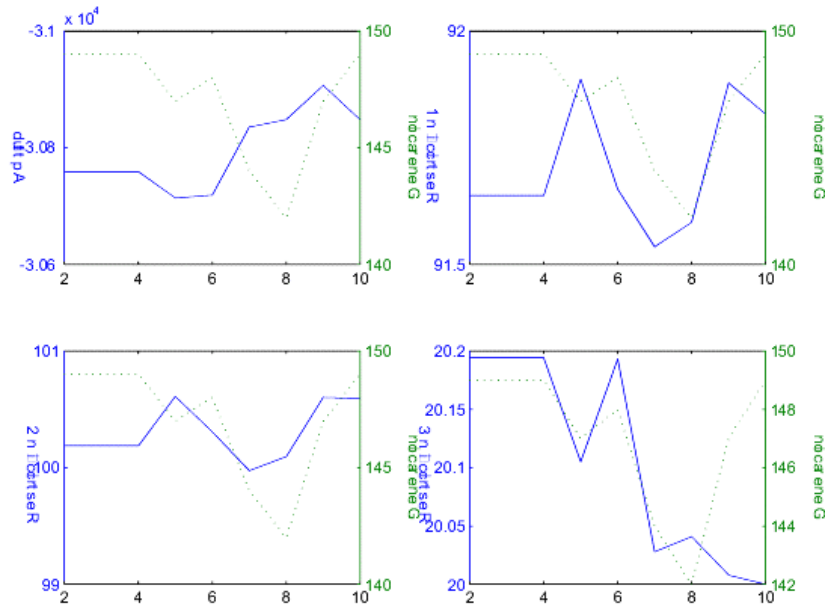


Ilustración 40 Gráfica de los datos obtenidos con la variación del parámetro B_2 .

Tabla 20 Datos obtenidos con la variación del parámetro k .

k	Función objetivo	Restr. 1	Restr. 2	Restr. 3	Factible
1	-30702.2203	144	91.378	100.0114	20.121
5	-30873.9087	149	91.531	99.97541	20.008
10	-30608.5948	148	91.721	101.3968	20.003
15	-30867.6622	147	91.696	100.1950	20.007
20	-30842.4729	147	91.581	100.0056	20.066
25	-30696.8577	125	91.341	99.93137	20.043
30	-30759.4393	146	91.278	99.78274	20.000
35	-30513.0981	128	91.896	101.5347	20.020
40	-30442.8651	116	90.726	99.45045	20.014
45	-30537.6873	149	90.591	98.80579	20.009
50	-30919.9459	148	91.911	100.5869	20.036
55	-30348.4316	149	90.393	98.74297	20.087
60	-30715.0846	122	91.544	100.5472	20.030
65	-30777.8328	144	91.327	99.78411	20.008
70	-30720.8462	146	91.968	101.4330	20.034

k	Función objetivo	Restr. 1	Restr. 2	Restr. 3	Factible
75	-30840.0511	146	91.662	100.1356	20.063

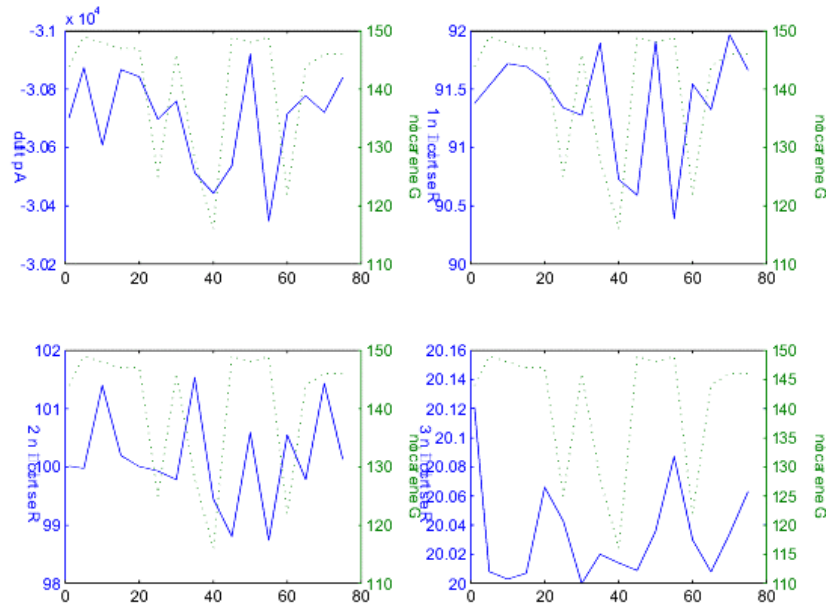


Ilustración 41 Gráfica de los datos obtenidos con la variación del parámetro k .

5.2.2 Penalización de recocido simulado

A continuación se presentan esquematizados y tabularmente los resultados de la variación del parámetro de calendarización del cambio de temperatura *Intervalo*, y la magnitud del decremento $\Delta\tau$. No se realizaron experimentos con variaciones de la temperatura inicial y final porque se considera que son límites constantes y el recorrido que en ese rango es controlado directamente con $\Delta\tau$.

Tabla 21 Datos obtenidos con la variación del parámetro $\Delta\tau$.

$\Delta\tau$	Función objetivo	Restr. 1	Restr. 2	Restr. 3	Factible
0.00001	-30774.495	59	91.839	100.5454	20.182
0.00005	-30557.452	40	91.387	100.2488	20.015
0.0001	-30415.448	31	91.564	100.8751	20.051
0.0005	-30283.404	26	90.303	98.63020	20.035
0.001	-30522.987	38	90.617	98.88346	20.033
0.005	-30202.896	7	91.507	101.4853	20.091
0.01	-30146.729	17	90.491	99.12502	20.166
0.05	-30539.001	20	91.306	99.98731	20.291
0.1	-30330.939	52	91.406	101.2797	20.069
0.2	-30688.395	119	91.564	100.4267	20.148
0.3	-30719.001	148	91.661	100.3051	20.193
0.4	-30835.706	144	91.538	99.97393	20.028
0.5	-30848.155	142	91.590	100.0937	20.041
0.6	-30906.950	147	91.889	100.6022	20.008
0.7	-30847.993	149	91.822	100.5928	20.000
0.8	-30866.690	139	91.488	99.93411	20.008
0.9	-30762.256	146	91.572	100.3309	20.007

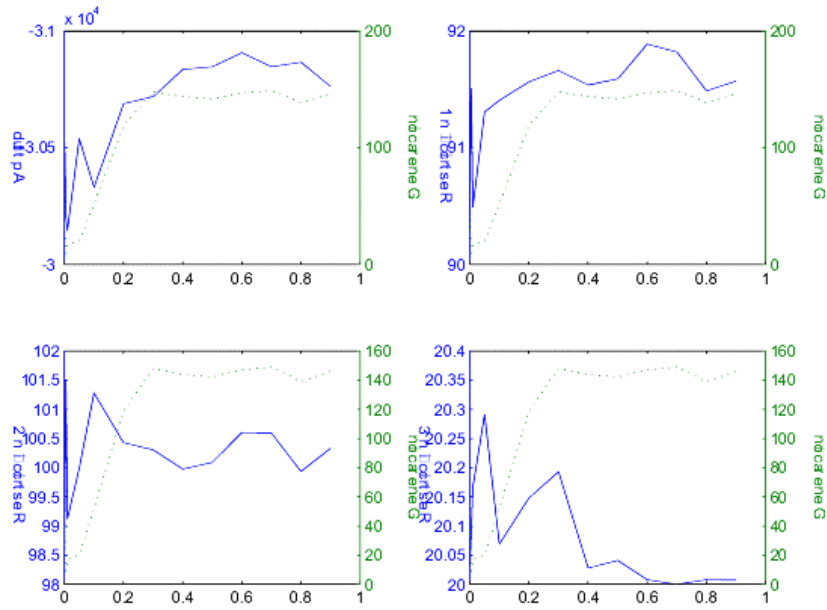


Ilustración 42 Gráfica de los datos obtenidos con la variación del parámetro $\Delta\tau$.

Tabla 22 Datos obtenidos con la variación del parámetro *Intervalo*.

Intervalo	Función objetivo	Restr. 1	Restr. 2	Restr. 3	Factible
1	-29712.111	0	90.606	100.179	20.400
5	-30115.016	14	91.451	101.584	20.004
10	-30542.793	30	91.050	99.7852	20.000
15	-30290.668	40	91.691	101.473	20.052
20	-30707.371	80	91.825	100.949	20.107
25	-30403.664	73	91.199	100.660	20.015
30	-30817.818	88	91.701	100.291	20.002
35	-30842.033	140	91.958	100.994	20.004
40	-30857.134	142	91.592	100.014	20.053
45	-30717.335	146	90.922	99.1272	20.009
50	-30736.427	149	91.013	99.2824	20.007
55	-30533.569	133	91.535	101.002	20.032
60	-30831.751	127	91.752	100.363	20.033
65	-30747.044	139	91.254	99.5850	20.128
70	-30870.755	142	91.535	99.9312	20.001

Intervalo	Función objetivo	Restr. 1	Restr. 2	Restr. 3	Factible
75	-30665.058	148	91.221	99.8555	20.004

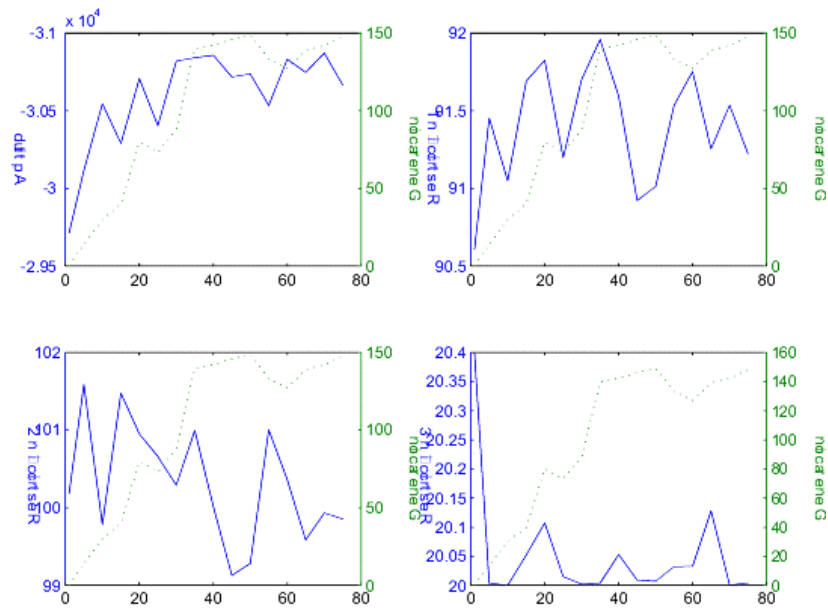


Ilustración 43 Gráfica de los datos obtenidos con la variación del parámetro *Intervalo*.

5.2.3 Penalización dinámica

Por último, la exposición de los resultados de variaciones en los parámetros α y β de este algoritmo. Debido a que ambos valores son exponentes en distintos términos, el rango de valores con los que se experimentó no fue grande.

Tabla 23 Datos obtenidos con la variación del parámetro α .

α	Función objetivo	Restr. 1	Restr. 2	Restr. 3	Factible
0.5	-30759.063	149	91.648	100.187	20.194
1	-30714.101	147	91.897	100.610	20.105

α	Función objetivo	Restr. 1	Restr. 2	Restr. 3	Factible
1.5	-30719.001	148	91.661	100.305	20.193
2	-30835.706	144	91.538	99.9739	20.028
2.5	-30848.155	142	91.590	100.093	20.041
3	-30906.950	147	91.889	100.602	20.008
3.5	-30847.993	149	91.822	100.592	20.000
4	-30866.690	139	91.488	99.9341	20.008
4.5	-30762.256	146	91.572	100.330	20.007
5	-30584.763	148	91.671	100.804	20.098
5.5	-30714.101	147	91.897	100.610	20.105
6	-30719.001	148	91.661	100.305	20.193

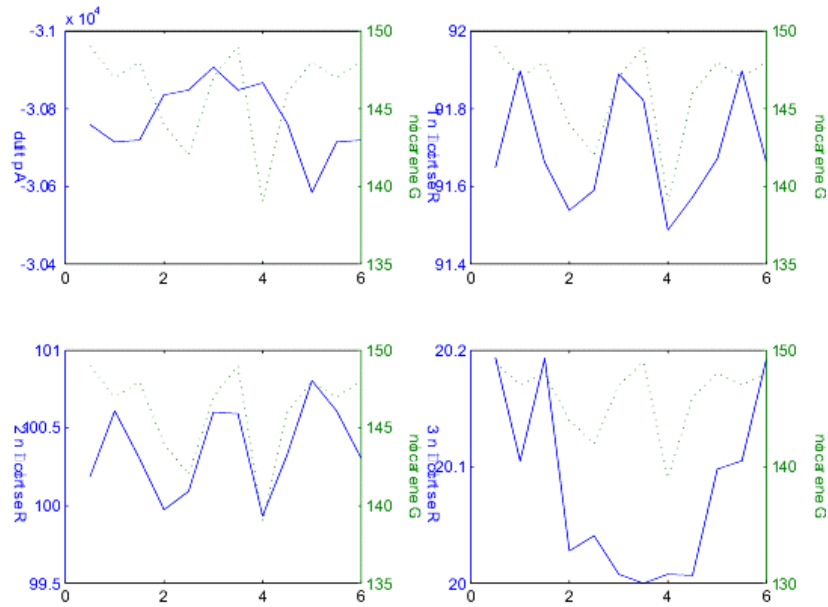


Ilustración 44 Gráfica de los datos obtenidos con la variación del parámetro α .

Tabla 24 Datos obtenidos con la variación del parámetro β .

β	Función objetivo	Restr. 1	Restr. 2	Restr. 3	Factible
0.5	-30759.063	149	91.648	100.187	20.194
1	-30714.101	147	91.897	100.610	20.105
1.5	-30719.001	148	91.661	100.305	20.193
2	-30835.706	144	91.538	99.9739	20.028
2.5	-30848.155	142	91.590	100.093	20.041
3	-30906.950	147	91.889	100.602	20.008
3.5	-30847.993	149	91.822	100.592	20.000
4	-30866.690	139	91.488	99.9341	20.008
4.5	-30762.256	146	91.572	100.330	20.007
5	-30584.763	148	91.671	100.804	20.098
5.5	-30508.090	146	91.282	100.392	20.081
6	-30658.645	143	91.145	99.6228	20.003

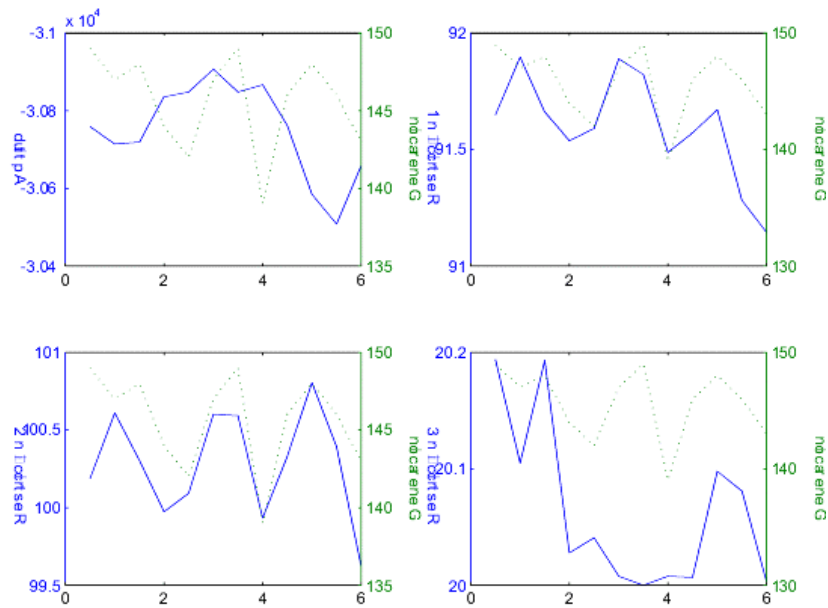


Ilustración 45 Gráfica de los datos obtenidos con la variación del parámetro β .

Los resultados mostrados anteriormente apoyan la hipótesis presentada en este trabajo y la confirman, los algoritmos genéticos ofrecen buenas soluciones en problemas de optimización con restricciones, mediante el adecuado ajuste de los parámetros del algoritmo.

5.3 Comparación de resultados

Como parte final de esta presentación de los experimentos conducidos, se muestra para cada técnica una curva de la solución hallada a cada $n=45$ evaluaciones de la función objetivo. Se compara la solución con el cargo de penalización añadido contra el valor de la función sin ser afectada. Los algoritmos fueron ejecutados con los valores establecidos en el *applet* por defecto. El valor de n se eligió sólo para tener un número apropiado de registros.

Es importante resaltar que no se eligió reportar la comparación entre la mejor solución por generación con y sin penalización, debido a que en todos los experimentos realizados, el valor de la mejor solución era idéntico al de la función sin penalización.

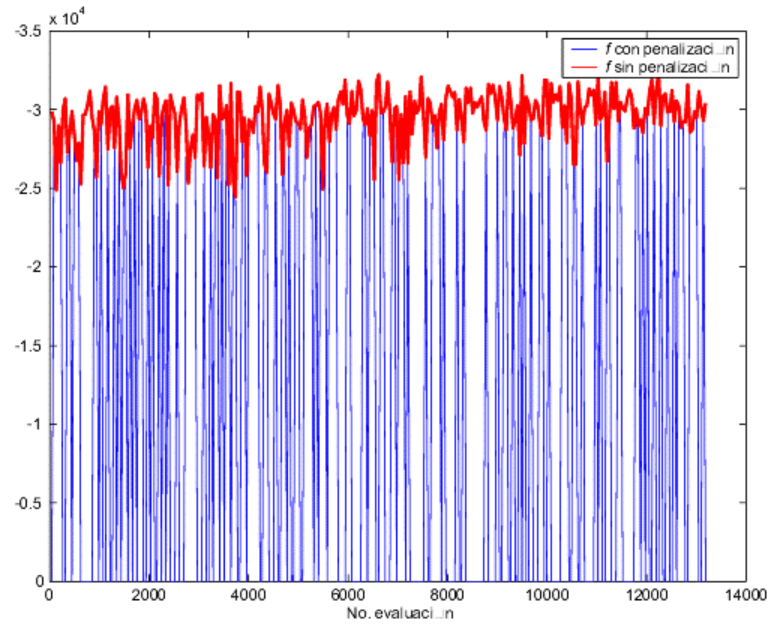


Ilustración 46 Gráfica de los individuos generados cada $n=45$ evaluaciones con la técnica de pena de muerte.

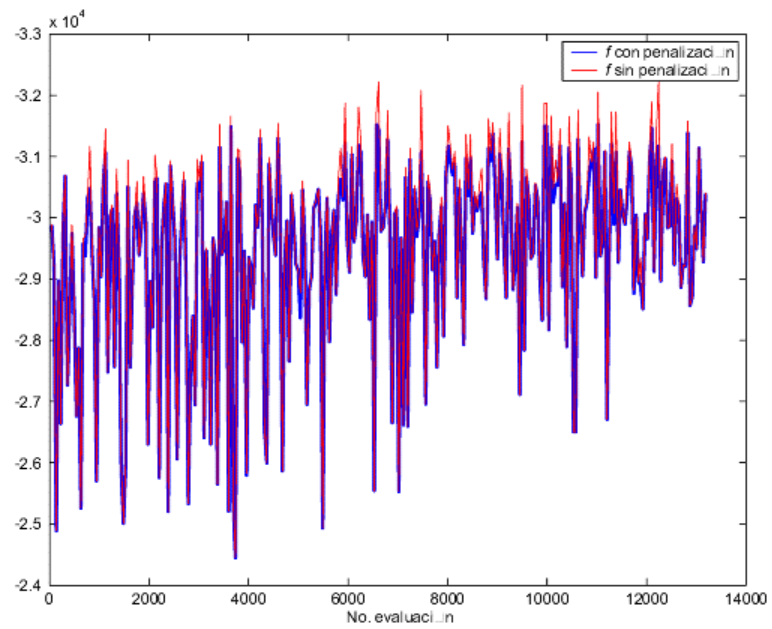


Ilustración 47 Gráfica de los individuos generados cada $n=45$ evaluaciones con la técnica de

penalización adaptativa, con y sin el cargo de penalización.

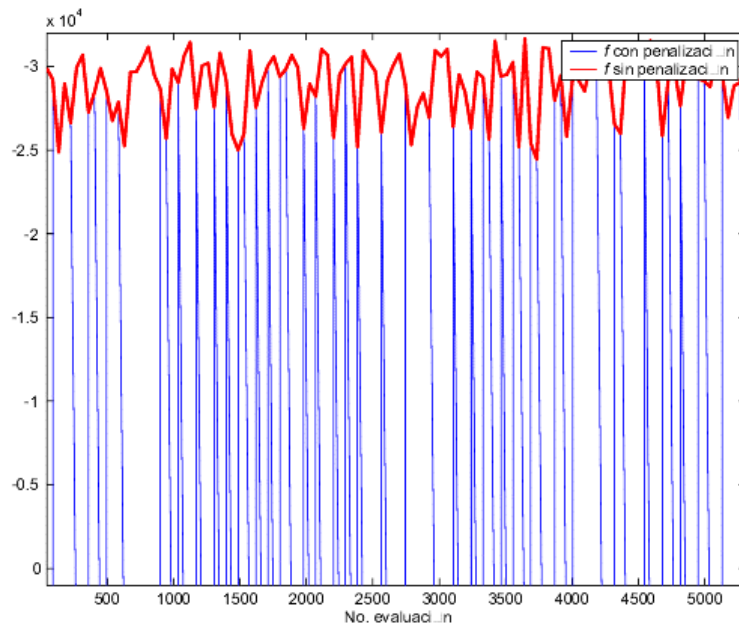


Ilustración 48 Gráfica de los individuos generados cada $n=45$ evaluaciones con la técnica de penalización de recocido simulado, con y sin el cargo de penalización.

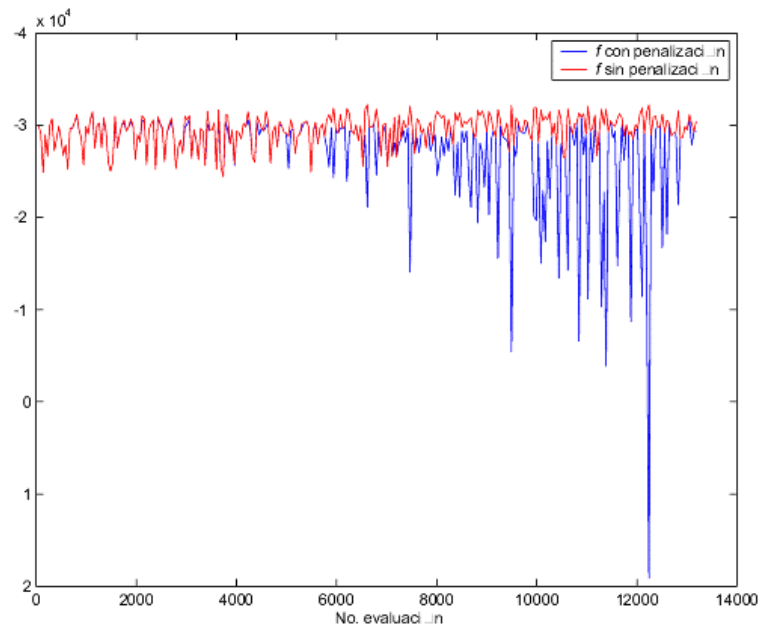


Ilustración 49 Gráfica de los individuos generados cada $n=45$ evaluaciones con la técnica de penalización dinámica, con y sin el cargo de penalización.

Conclusiones

La intención de este trabajo ha sido presentar una aplicación práctica de una técnica que ha probado ser muy versátil y que ofrece resultados de calidad en problemas muy diversos: los algoritmos genéticos. En particular se describieron cuatro técnicas de penalización integradas a los algoritmos genéticos para resolver problemas de optimización con restricciones. Estas técnicas fueron probadas en un solo problema para verificar su grado de efectividad. Los resultados que arrojaron los experimentos confirman que el uso de penalizaciones en la optimización de problemas con restricciones mejora sustancialmente el progreso de la búsqueda del óptimo.

En cuanto al desempeño de las técnicas se pudo observar que éste está condicionado grandemente por los parámetros elegidos. Esa fue la razón por la que durante los experimentos el énfasis fue puesto en determinar la variabilidad del comportamiento de cada técnica a los distintos valores de los parámetros, más que en determinar cuál era la mejor solución hallada en general. Se sabe que un algoritmo genético ejecutado con distintos parámetros sobre un mismo problema puede considerarse como métodos de búsqueda distintos y eso se comprobó en con los experimentos realizados. Esta variabilidad de las características del proceso de búsqueda logrados a partir de la modificación de los parámetros constituyen una ventaja a favor de estos algoritmos pues contribuyen a su versatilidad para aplicarse en distintos problemas exitosamente.

Se considera que la principal característica de los algoritmos genéticos que los hacen atractivos para integrarlos dentro del conjunto de herramientas con que se cuenta en la ingeniería, es la aproximación que toman hacia los problemas de aplicación, de los cuales se requiere un mínimo conocimiento para iniciar un proceso de optimización.

Por otro lado, no se debe perder de vista que esta misma capacidad de aplicación general de los algoritmos genéticos tiene un costo computacional y de tiempo. En general, un método de búsqueda que tenga conocimiento integrado de las características particulares de un problema tendrá un desempeño mejor que cualquier otro tratamiento heurístico, y siempre que sea posible su aplicación, las técnicas orientadas al problema son la mejor opción. Y ahí donde no es posible la aplicación de tales técnicas o donde el tamaño del problema hace inútil su aplicación es donde los algoritmos genéticos entran en uso y son donde generalmente muestran su capacidad de encontrar buenas soluciones.

Apéndice 1

Apéndice 1: Instalación de un certificado de autenticidad en Microsoft Internet Explorer

En este anexo se describe cómo instalar un certificado en el navegador **Microsoft Internet Explorer v6** en español, el cual habilita a un *applet*, firmada por el emisor del certificado, el acceso a los recursos de la computadora local cuando el *applet* se ejecuta en línea, es decir, descargándolo desde un servidor.

Por lo tanto, antes de intentar ejecutar un *applet* firmado, es necesario descargar el certificado con que se firmó e instalarlo en el sistema. Los pasos a seguir se describen a continuación:

1. Descargue el certificado desde la URL especificada y guárdelo en su sistema de archivos local.
2. En el menú principal seleccione la opción **Herramientas**, y del menú que es desplegado en seguida, elija **Opciones de Internet...**

3. Aparecerá un cuadro de diálogo como el de la figura 50; seleccione la pestaña llamada **Contenido**.

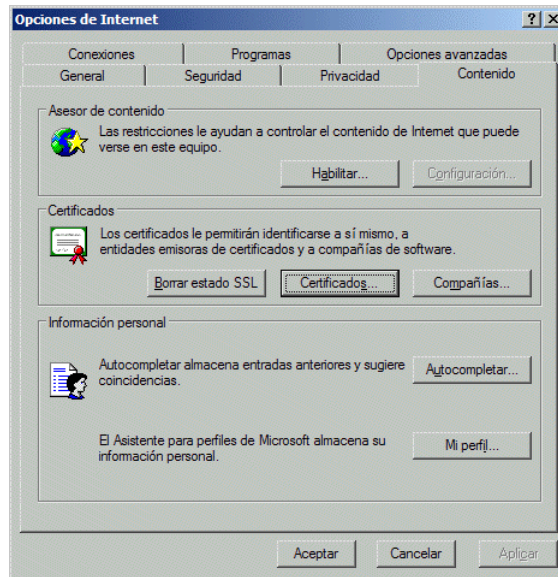


Ilustración 50 Panel de **Contenido**, dentro del cuadro de diálogo **Opciones de Internet...**

4. A continuación, en el panel seleccionado pulse el botón **Certificados...**, aparecerá un nuevo cuadro de dialogo como el de la figura 51 donde podrá ver los certificados que actualmente tiene instalados en su sistema. Además, desde allí también podrá iniciar el asistente de importación de certificados, acción en la que estamos interesados. Por lo tanto, pulse el botón **Importar...**

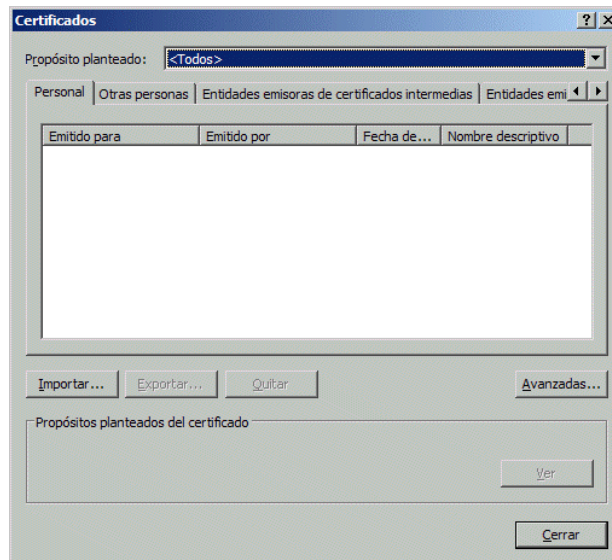


Ilustración 51 Aspecto del cuadro de diálogo
Certificados.

5. El asistente de importación se iniciará. Pulse el botón **Siguiente** > en la pantalla inicial del asistente para ir al siguiente paso, el cual se muestra en la figura 52. En ese panel deberá especificar el nombre del archivo del certificado que previamente almacenó. Puede especificar la ruta completa en el cuadro de texto, o bien, pulsar el botón **Examinar...** y navegar hasta su localización. Después de haber hecho lo anterior, pulse el botón **Siguiente** >.

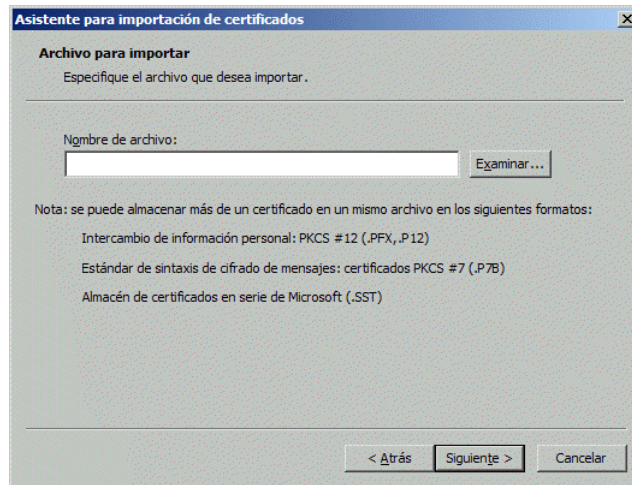


Ilustración 52 El asistente de importación de certificados.

6. En la pantalla siguiente seleccione la opción “*Seleccionar automáticamente el almacén de certificados en base al tipo de certificado*”, y pulse el botón **Siguiete**.
7. Por último en la pantalla final pulse el botón **Finalizar**. Si no ocurren problemas, el sistema le anunciará que el certificado fue instalado correctamente.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Richard E. Bellman y Stuart E. Dreyfus, *Applied dynamic programming*, Princeton University Press, Princeton, N.J., 1971.
- [2] T. Black y L. Thiele, *A comparison of selection schemes used in genetic algorithms*, TIK-Report Nr. 11, Swiss Federal Institute of Technology, Gloriastrasse 35, 8092 Zurich, Switzerland, June 1995.
- [3] W. S. Clung and M. Cummings, *Conceptos de Genética*, 5 ed., Prentice Hall Iberia, Madrid, 1999.
- [4] Carlos A. Coello Coello, *Introducción a la computación evolutiva*, Notas del curso de Computación Evolutiva en la Maestría en Inteligencia Artificial de la Universidad Veracruzana, 2000.
- [5] Carlos A. Coello Coello, *Theoretical and Numerical Constraint-Handling Techniques used with Evolutionary Algorithms: A Survey of the State of the Art*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering **191** (2002), no. 11-12, 1245-1287.
- [6] L. Cooper and D. Steinberg, *Introduction to Methods of Optimization*, W.B. Saunders, 1970.
- [7] George B. Dantzig, *Linear programming and extensions*, Princeton University Press, Princeton, N.J., 1963.
- [8] Charles Darwin, *On the origin of species*, Harvard University Press, Cambridge, Mass., 1966.
- [9] David B. Fogel, *An introduction to simulated evolutionary optimization*, IEEE transactions on neural networks **5** (1994), no. 1, 3-14
- [10] David E. Goldberg, *Genetic algorithms in search, optimization and machine learning*, Addison Wesley, Boston Mass., 1989.
- [11] David E. Goldberg, *Real coded genetic algorithms, virtual alphabets and blocking*, Technical report 90001, University of Illinois at Urbana-Champaign, September 1990.
- [12] J. J. Grefenstette and J. E. Baker, *How Genetic Algorithms work: a critical look at implicit parallelism*, Proceedings of the Third International Conference on Genetic Algorithms (1989), 20-27.

- [13] A. B. Hadj-Aluoane and J. C. Bean, *A Genetic Algorithm for the Multiple-Choice Integer Program*, Technical Report 92-50, The University of Michigan, 1992.
- [14] David Himmelblau, *Applied Nonlinear Programming*, McGraw-Hill, New York, 1972.
- [15] John H. Holland, *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, Ann Arbor, 1975.
- [16] J. Joines and C. Houck, *On the use of non-stationary penalty functions to solve nonlinear constrained optimization problems with Gas*, In David Fogel, editor, Proceedings of the first IEEE Conference on Evolutionary Computation (1994), 579-584, Orlando, Florida.
- [17] Zbigniew Michalewicz, *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolutionary Programs*, 3 ed., Springer, 1996.
- [18] Zbigniew Michalewicz and Naguib F. Attia, *Evolutionary Optimization of Constrained Problems*, In Proceedings of the 3rd Annual Conference on Evolutionary Programming (1994), 98-108, World Scientific.
- [19] George Polya, *Cómo plantear y resolver problemas*, Trillas, 1965.
- [20] C. B. Reeves, *Modern Heuristic Techniques for Combinatorial Problems*, John Wiley & Sons, 1993.

