Autómata Celular

Harold V. McIntosh
Departamento de Aplicación de Microcomputadoras
Instituto de Ciencias
Universidad Autónoma de Puebla
Email:mcintosh@servidor.unam.mx
Alumno: Arturo Ponce Pedraza
Facultad de Ciencias Químicas
Químico Industrial
Universidad Autónoma de Puebla

Agosto 1996

Contenido

Capítulo 1

Introducción

"Loa Autómatas Celulares son estilizados,
del universo sintético...ellos tienen sus propias clases de materias,
las cuales giran alrededor de un espacio y un tiempo muy propio".
- Tommaso Toffoli
y Norman Margolus,
Cellular Automata Machines.

Se ha desarrollado esta nueva rama de la ciencia dando como resultado interesantes comportamientos de ciertas simulaciones de números discretos, los cuales son muy similares a comportamientos de algún fenomeno físico, tal como la predición de alguna ruta lógica, con una regla predicha con anterioridad. En general es dificil que uno pueda predecir el comportamiento de un Autómata Celular (AC) pues ya que este puede adoptar algún comportamiento inesperado y esto es facilmente calculado con la ayuda de la programación y gracias a la ilustración como resultado de esto, notamos ese comportamiento, así como también las particularidades de los AC también son claramente analizadas, la complejidad va creciendo en cuanto crece la magnitud del Autómata a estudiar, aprovechando como se involucran las teorias matemáticas y la observación empírica.

Hemos constatado en el transcurso de la ciencia distintas etapas que van desarrollando a la misma. Cada aportación que se le ha dadao a repercutido para el enriquecimiento de la Ciencia pura y de la aplicación de esta. Actualmente es casi imposible desligar cada area de la ciencia, es decir toda area tiene similitud con cualquier otra y una teoría que ha venido a desarrollarse en un tiempo presciso ha sido la teoría de los Autómatas Celulares (AC), la cual ha implementado un campo bastante amplio. Los Autómatas Celulares puramente son una idealización matemática con un juego de números discretos de fenomenos físicos, químicos, teorías computacionales, y otros. De aquí el gran interés por desarrollar más a fondo esta teoría, lo que permite crear un campo más amplio dentro de la ciencia y posteriormente ser utilizado como herramienta poderosa.

1.1 Surgimiento de la teoría.

Podemos definir a quienes fueron pilares en el estudio de los Autómatas Celulares. Un camino por el cual se llegó, consistió en que fueron estudiados como parte de la teoría computacional, y a este tiempo fue el precursor John von Neumann, con el surgimiento de factores automáticos de auto-reproducción, Jonn von Neumann comienza a desarrollar la teoría de Autómata, la cual desarrolla de una menera lógica y matemática, este estudio de Autómata actual y sus operaciones e interacciones, los comparó, relacionó también las ingenierías en comunicaciones y control, así como sitemas biológicos. El problema de John von Neumann fué cual clase de organización era suficiente para un control de automatización propia de manera semejante que lo hace que se reproduzca; primero planteó el problema en términos de un sistema de Automatización Cinemático y luego reformuló y resolvió esto en términos de un sistema de automatización Celular.

El sistema Cinemático lo desarrolló como un sistema Celular suficiente para ver como la reproducción es llevada a cabo. Esta Automatización cinemática representa datos de entrada y datos dinámicos de salida y constan de cinco clases:

1. Elemento Cinemático el cual puede mover elementos a lo largo de signos por elementos de computación.
2. Un elemento contador.
3. Un elemento de alteración, el cual conecta dos elementos.
4. Elemento rígido.
5. Elemento sensible capaz de reorganizar cadaa clase. Podemos llamar compuestos de Automatización de estos elementos como Automatización cinemática.

El elemento primitivo de von Neumann es considerado de nivel distinto que el de átomos o moléculas, ya que este sistema dificilmente es situable para models químicos, físicos o biológicos de autoreproducción, puede considerarseque el tipo de funciones que se manejan en estos fenómenos son continuas y en este nivel se consideran funciones discretas, lo cual hace de manera complicada relacionar estos sistemas. Una automatización finta cinemática puede ser completamente descrita por un listado de partes y sus conexiones; esta descripción puede ser almacenada.
Sus escritos fueron publicados después de su muerte por Arthur W. Burks (1957) *[1]*. John von neumann también realizó una presentación literal de las máquinas, para ello E.F. Codd*[2]* en sus investigaciones sobre Autómatas Celulares determina que se ocupan de largas conexiones de Autómatas finitos interconectados, cada Autómata finito viene a formar cada Célula y exhibe:

1. *La computación de todas las funciones computables.*
2. *La construcción de Autómata por Autómata.*

Hemos considerado la participación fudamental que tuvo von Neumann en el inicio de esta teoria, pero han habido posteriormente más investigadores que han venido a reforzarla tal es el caso de S. Wolfram*referencia* quien ha dedicado un interés especial en este campo e incluso ha sido un pilar de esta teoria; él hace una clasificacioń de diferentes comporatmientos en los Autómatas Celulares, la cual marca una distinción entre varios tipos de Autómatas Celulares, posteriormente mencionaremos la clasificación.

1.2 Definición y esquema de Autómata Celular.

Vamos a definir algunas particularidades de los Autómatas Celulares, primero haremos una panorámica de lo que es un Autómata celular.
Un Autómata Celular es un sistema dinámico discreto el cual involucra reglas simples determinísticas, como en cualquier sistema los cambios de variables están en función de sus valores predichos, se considera una idealización matemática en donde el espacio y el tiempo son caracterizados de manera discreta, así las cantidaes relacionadas toman valores dicretos.
Una automatización celular consiste de un enrejado uniforme y regular, que es por lo regular extenso con una variable discreta para cada sitio, la cual le denominamos "Célula", el valor del sitio de la variable comienza a ser afectado por el valor de una variable que se encuentra en una "vecindad" en previos tiempos determinados. Las vecindades son los sitios alrededor de cierta célula, las variables de cada sitio están cincronizadas, basadas en los valores de las variables en sus vecinades y precindiendo del tiempo.

Deacuerdo a la definición y generalización que acabamos de dar podemos especificar de que es lo que consta un AC.

1. El tiempo es dicreto y en pasos progresivos.
2. El espacio es particionado en células discretas, teniendo una geometría dada. D-dimensional.
3. Las condiciones pueden ser definidas en un espacio finito.

En un sistema celular uno puede formularse, prescisar y gobernar con reglas simples la operación del sistema. Camino intuitivo por el cual el Autómata finito se autoreproduce, la lista finita de estados para el sistema, por cada célula es un estado distingible y una regla la cual da el estado de cada célula. Cualquier diseño puede ser fijado como una condición inicial en un tiempo dado to, cada célula de orden simultáneo tiene un valor que involucra un nuevo estado global al tiempo t1, el nuevo valor de una célula dada al tiempo t, es una función de los valores y locaciones de una determinada célula las cuales son las vecinadaes que se encuentran en el tiempo to, así se forma una suceción de estados globales para la interacción de estos estados globales, es donde surge la llamada función de transición, esta es constane por lo que el sietma es caracterizado , entonces la evolución de un Autómata Celular de estados iniciales, es determinado este tipo de funciones son funciones boleanas, asignando así el valor discreto de la célula, este sitema celular como dijimos constituye un espacio en donde toman lugar los eventos de automatización y pueden formularse con reglas simples para la operación del sistema.

El sistema es conectado de manera lineal, es decir cada cada célula conteniendo un conjunto finito de estados, que se simboliza por

$$\Sigma, \tag{1.1}$$

un alfabeto de entrada finito

$$\alpha \tag{1.2}$$

y la función de transición

$$\varphi, \tag{1.3}$$

a un autómata con estas características se le llama Autómata Celular lineal, que es tema principal del presente documento *[4]*.

$$\varphi \tag{1.4}$$

Está definido como un mapeo de un conjunto de vecindades

$$(\alpha), \tag{1.5}$$

mapea desde un conjunto de posibles vecindades al conjunto

$$\Sigma \tag{1.6}$$

finito de estados.

conexión lineal

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|}
\hline
\hline
 & & & x & \quad y & & \\
\hline
\end{array} \tag{1.7}$$

to

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|}
\hline
 & & X & Z \quad & & & \\
\hline
\end{array} \tag{1.8}$$

t

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|}
\hline
 & & W \quad & & & & \\
\hline
\end{array} \tag{1.9}$$

t -(1)

Aquí nosotros estamos suponiendo que las células X y Y generan a la célula Z, y esta a su vez genera la célula W, en el tiemp

$$t_1. \tag{1.10}$$

Si N es el tamaño de la vecindad entonces el conjunto de todas las vecindades es definida

$$\Sigma \tag{1.11}$$

Para definir una función de transición

$$\varphi \tag{1.12}$$

uno debe asociar un único astado

$$\Sigma \tag{1.13}$$

en cada posible vecindad, un ejemplo de regla de evolución puede ser:

$$\begin{array}{c}
00 \to 0 \\
01 \to 1 \\
02 \to 0 \\
10 \to 1 \\
11 \to 2 \\
12 \to 1 \\
20 \to 0 \\
21 \to 2 \\
22 \to 1
\end{array} \tag{1.14}$$

Esta asociación es conocida como el mapeo local o ”regla de evoluciones”, en base a esta regla desarrollaremos su diagrama de evoluciones, es decir sus demás estados, para ello se le asigna un color a cada número discreto. el diagrama de evoluciones es el siguiente y deacuerdo a esto determinaremos una regla convinada con números binarios.

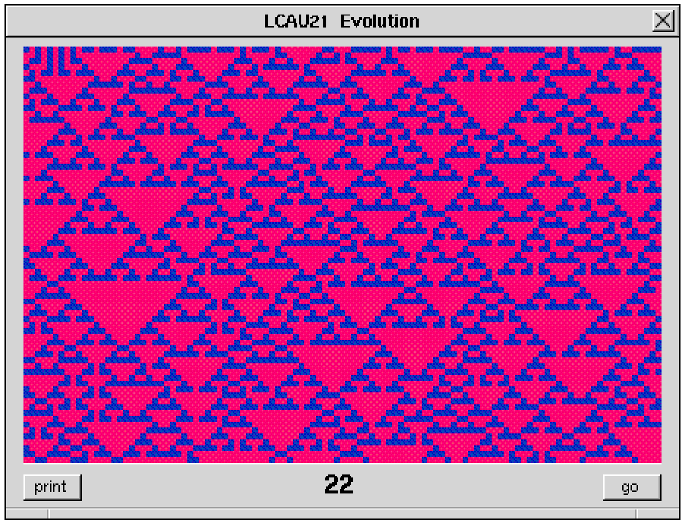

Figura 1.1: Diagrama de evoluciones para un Autómata Celular de dos estados y tres vecinos. **(2,1)**, la regla de evoluciones para este autómata es la regla 22.

Capítulo 2

Clasificación

Deacuerdo con la clasificación dada por S. Wolfram, tenemos cuatro clases distintas de diagramas de evoluciones. Consideraremos diagramas de evolución para las clase I y II autómatas de cuatro estados y dos vecinos.
clase III. evolución a un estado cíclico comprensivo
clase Iv evolución a un estado aislado complejo
Parala evilución de las dos clases que restan se excluyen por falta espació en el editor de textos de LaTeX, ya que no tendría buena resolución la evolución.

2.1 Clases de evoluciones

clase I evolución a un estado uniforme
clase II evolución a un estado cíclico aislado

Cabe mencionar la imporancia que tiene para el manejo de autómatas el sistema operativo NeXTStep, ya que por medio de la programación de lenguajes como el C-objetivo y el manejo de este sitema podemos construir de esta manera estas evoluciones, primero de desarrollaon en DOS y fueron llamados LCAU, al inicar la tarea de programar en NeXTStep fueron denominados NXLCAU.

Figura 2.1: Diagrama de evoluciones para un Autómata Celular de cuatro estados y tres vecinos. **(4,h)**, la regla de evoluciones para este autómata es la regla FBFFFFFF.

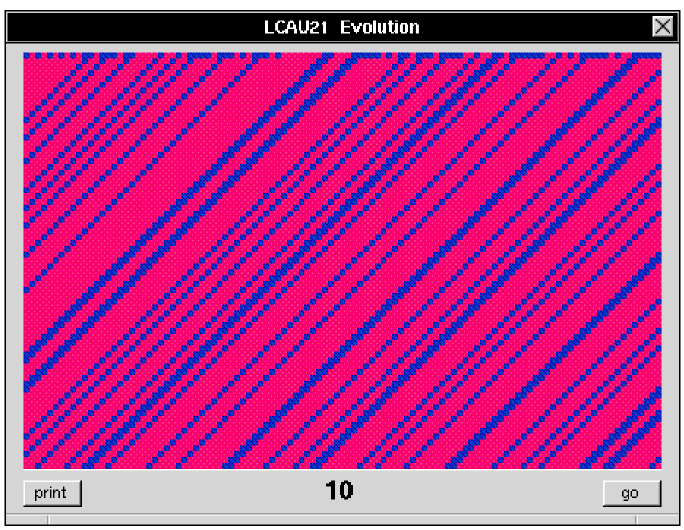

Figura 2.2: Diagrama de evoluciones para un Autómata Celular de dos estados y tres vecinos. **(2,1)**, la regla de evoluciones para este autómata es la regla 10.

Capítulo 3

Particularidades

3.1 Teoria de gráficas

3.1.1 Diagramas de Bruijn

Vamos a encontrar que cualquier trabajo con un autómata celular lineal la posibilidad de que sus vecindades se traslapen, para ello se revisa la teoria de la disiplina basada en el tratamiento de secuencias que se traslapan, y es cuando surga la utilidad en la teoria de autómata de manejar los diagramas de Bruijn, esto es explicado por Solomon Golomb*[5]*.
Los nodos en un diagrama de Bruijn son una secuencia de símbolos, similar a una expresión regular, los cuales llevan una secuencia específica en la gráfica, las ligas del diagrama describen como es que se traslapan estas secuencias, estos diferentes grados de traslape, definen al diagrama, así las ligas pueden ser etiquetadas deacuerdo al sitio desplazado como secuencia de otros caminos.
podemos citar el diagrama genérico de un autómata **(2,1)**, dos estados tres vecinos, el cual consta de cuatro nodos con ocho logas representando las tres vecindaes llenas y se puede notar en el siguiente diagrama:
Ahora podemos particualrizar a cierta regla de un autómata, tomaremos un autómata **(4,h)**, con sus respectivos subdiagramas, diferenciando los distintos estados con un color respectivo que le corresponde a su estado dentro de la evolución.

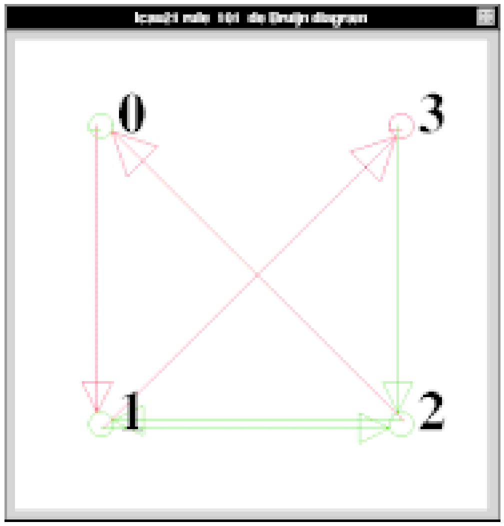

Figura 3.1: Diagrama de Bruijn para un Autómata Celular **(2,1)**.

3.1.2 Diagrama de subconjuntos

Para definir a los diagramas de subconjuntos podemos comenzar por darnos cuenta de que de las ligas son supuestas diferentes clases, dentro de estas pueden contener conectividad individual en una representación matricial, aislados de distintas direcciones en el diagrama, estas etiquetas siguen cierta secuencia, los nodos son agrupados dentro dentro de subconjuntos, el resultado es una nueva gráfica, con subconjuntos para nodos y conexiones reduciendo todos los sitios que que uno puede obtener de todas las posibles combinaciones, esto es catalogado en cualquier evento. Otra importante razón para trabajar con diagramas de subconjuntos es que las conexiones etiquetadas son parecidas a funciones, por asociación de una cosa por otra, pero si dos conexiones con etiquetas parecidas surgen de un solo vértice, dificilmente pueden ser funciones.

Una vez que los diagramas han sido formados, si las direcciones primeras del conjunto universal a el conjunto vacio, y determina si solo existe direcciones para una sola clase, las direcciones semejantes, si existen, podrían ser usadas por fuerza dentro de un autómata a un estado predeterminado, ahora esta es la parte que contiene la condición inicial. representamos ahora el la manera en que se crean las clases de sub-

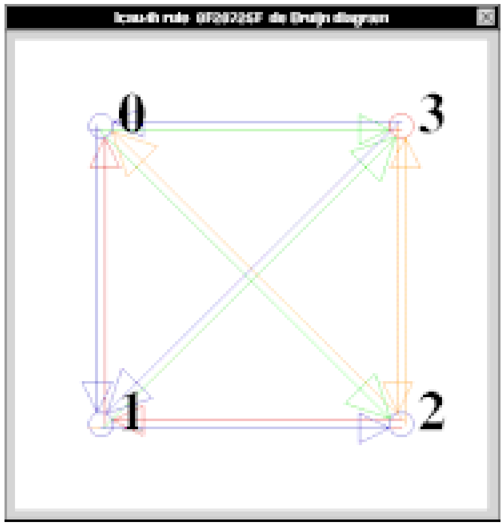

Figura 3.2: Diagrama de Bruijn para un autómata celular **(4,h)**.

conjuntos, poteriormente el diagrama de subconjuntos del autómata celular anterior.

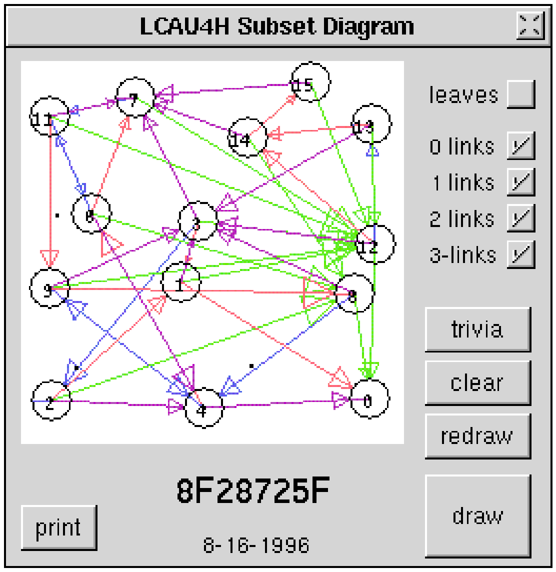

Figura 3.3: Diagrama de conjuntos para un Autómata Celular **(4,h)**, regla 8F28725F.

3.1.3 Diagrama de parejas

Si una configuración tiene varios ancestros puede notarse con el diagrama de subconjuntos, pero una alternativa es el diagrama de parejas, los nodos de un diagrama de parejas son pares de nodos del diagrama original con una etiqueta ingresada en ambos miembros de la pareja, los caminos en el diagrama de parejas corresponden a direcciones del diagrama original, sinembargo estos pueden tomar dos veces la dirección, tamién podemos representar de manera matricial a los diagramas de parejas y para el ejemplo del diagrama de Bruijn del autómata **(2,1)** antes mencionado, la regla 101 que se establece podemos dar la matriz de conexión de éste.

A partir de un producto cartesiano de estas matrices de conectividad podemos en contrar la matriz de conectividad de este autómata la cual es la siguiente:

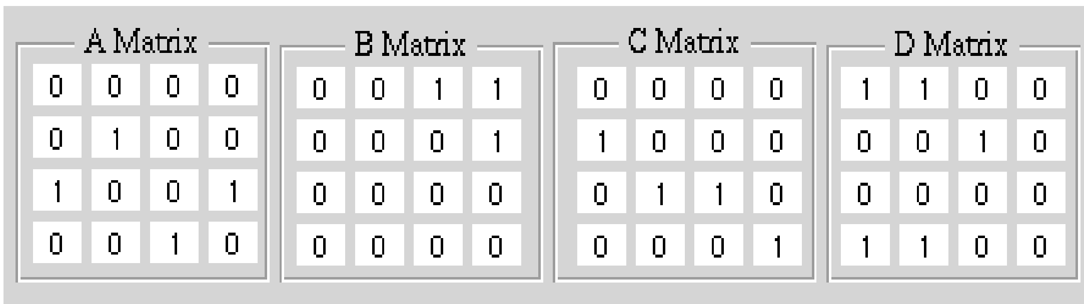

Figura 3.4: matrices de conectividad.

$$
\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|}
\hline
1 & 1 & . & . & 1 & 1 & . & . & . & . & 1 & 1 & . & . & 1 & 1 \\
. & . & 1 & . & . & . & 1 & . & . & . & . & 1 & . & . & . & 1 \\
. & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\
1 & 1 & . & . & 1 & 1 & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\
\hline
. & . & . & . & . & . & . & . & 1 & 1 & . & . & . & . & 1 & 1 \\
1 & . & . & . & . & 1 & . & . & . & . & . & . & . & . & . & 1 \\
. & 1 & 1 & . & 1 & . & . & 1 & . & . & . & . & . & . & . & . \\
. & . & . & 1 & . & . & 1 & . & 1 & 1 & . & . & . & . & . & . \\
\hline
. & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\
. & 1 & . & . & 1 & . & . & . & 1 & . & . & . & . & 1 & . & . \\
1 & . & . & 1 & . & 1 & 1 & . & . & 1 & 1 & . & 1 & . & . & 1 \\
. & . & 1 & . & . & . & . & 1 & . & . & . & 1 & . & . & 1 & . \\
\hline
1 & 1 & . & . & 1 & 1 & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\
. & . & 1 & . & . & . & 1 & . & . & 1 & . & . & 1 & . & . & . \\
. & . & . & . & . & . & . & . & 1 & . & . & 1 & . & 1 & 1 & . \\
1 & 1 & . & . & 1 & 1 & . & . & . & . & 1 & . & . & . & . & 1 \\
\hline
\end{array}
\tag{3.1}
$$

MATRIZ DE CONECTIVIDAD. Esto lo podemos corroborar con el diagrama de parejas.

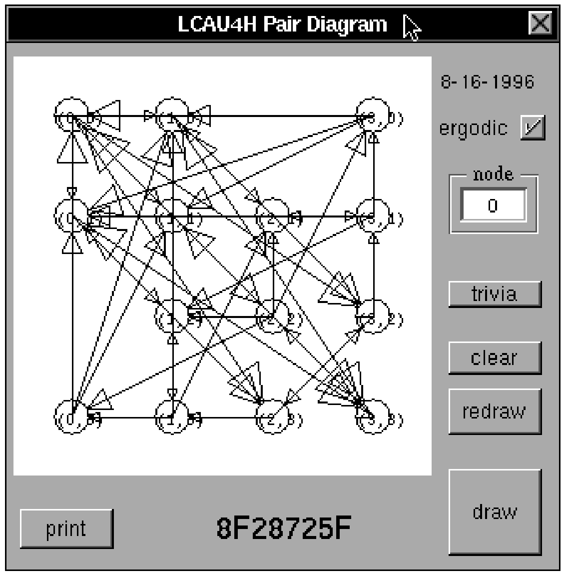

Figura 3.5: Diagrama de conjuntos para un Autómata Celular **(4,h)** regla 8F28725F

Capítulo 4

Conclusiones

Podemos citar demasiadas conclusiones, ya que la teoria ha sido extendida de manera rápida. Hemos mensionado la gran ventaja de manejar estos paquetes con el sistema operativo NeXTStep, y como toda parte de la ciencia esta teoria de lo Autómata Celulares crecerá y dará una mayor aportación y entendimiento a distintos fenómenos de tipo natural, en ellos podmos en contrar comopratmiento que poseen en su espacio y su tiempo, y con sus propias reglas, en realidad muchos de los fenómenos naturales constan de estos comportamientos que habeces con las teorias establecidas es dificil que determinemos cierta propiedad o cierta predicción de dichos fenómenos. Se podría considerar que fuera necesario dar una introducción a los autómatas celulares en todas las areas de ciencias, ya que permitiría tener una visión más amplia de lo que es trabajar con funciones que no necesariamente sean contínuas. podriamos esperar que en un futuro se dé una mayor fuerza a los autómatas por ejemplo en el campo del Estado Sólido, en el crecimiento de cristales, simulando el crecimiento de la red critalina y prediciendo así la estructura cristalina de algún material. En realidad este solo es un ejemplo de lo que en un tiempo pueda desarrollarse para el enriquecimiento de la ciencia.

Bibliografía

[1] **John von Neumann**, *Theory of selft-reproducing Automata (edited and completed by A. W. Burks), Univerity of Illinois Press, 1966.*

[2] **Stephen Wolfram**, *"Univerality and Complexity in Cellular automata"*, (1984).

[3] **E.F. Codd**, *Cellular Automata*, Press Academy,New York, (1968).

[4] **H.V. McIntosh**, *Linear Cellular Autómata via de Bruijn Diagrams*, Departamento de aplicación de microcomputadoras, Instituto de Ciencias, Puebla, Puebla, México, 1991.

[5] **Solomon W.Golom**, *Shift register sequences*, Holden-day,Icn.,San Francisco, 1967