

# Produciendo gliders a través de choques en la regla 110

Genaro Juárez Martínez\*

Departamento de Ingeniería Eléctrica, Sección Computación  
CINVESTAV-IPN, Av. IPN 2508, Col. San Pedro Zacatenco  
México 07360 D.F.

Agosto 30, 2002

## Resumen

Estructuras periódicas hasta ahora conocidas en el autómata celular  
de una dimensión regla 110 son producidas a través de choques.

---

\*correo-e: genaro@enigma.red.cinvestav.mx y genarojm@correo.unam.mx

# Contenido

<b>1</b>	<b>Introducción</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Produciendo gliders a través de choques</b>	<b>4</b>
2.1	Glider A . . . . .	4
2.2	Glider B . . . . .	5
2.3	Glider Bbar . . . . .	6
2.4	Glider Bbar8 . . . . .	7
2.5	Glider C1 . . . . .	8
2.6	Glider C2 . . . . .	9
2.7	Glider C3 . . . . .	10
2.8	Glider D1 . . . . .	11
2.9	Glider D2 . . . . .	12
2.10	Glider E . . . . .	13
2.11	Glider Ebar . . . . .	14
2.12	Glider F . . . . .	15
2.13	Glider G . . . . .	16
2.14	Glider H . . . . .	17
2.15	Glider Gun . . . . .	22
<b>3</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>27</b>

# 1 Introducción

El estudio de la regla 110 ofrece una amplia variedad de análisis interesantes, entre ellas destaca enumerar todos los gliders<sup>1</sup> que existen en el espacio de evoluciones.

Matthew Cook ofrece una primera lista de estos gliders en [Cook99], dejando abierta la posibilidad de que existan más gliders, un problema todavía por resolver. Una cuestión es ver si estos gliders pueden ser productos de choques y reproducirlos por algún camino.

La lista de gliders propuesta por Cook puede ser obtenida en uno o varios choques, utilizando fases de las estructuras alineadas por el ether. En algunos casos las cadenas son construidas específicamente, este es un problema al momento de buscar una fase adecuada.

La falta de tiempo y poca paciencia han sido motivos para no buscar bien la fases correspondientes en algunos ejemplos, sin embargo se describe detalladamente su construcción.

Se toma como punto de partida todas las producciones binarias de [JM01], de ahí se tomaron todos los choques binarios que producen un glider en particular. Esta examinación exhaustiva demuestra que los gliders D2, Bbar, Bbar8, H y Gun, no pueden ser obtenidos a través de un choque binario, ellos son producto de múltiples choques.

A través de todo el reporte se hace uso de la clasificación propuesta por Cook para identificar cada uno de los gliders.

---

<sup>1</sup>Un *glider* es una estructura periódica que se desplaza en el tiempo.

## 2 Produciendo gliders a través de choques

### 2.1 Glider A

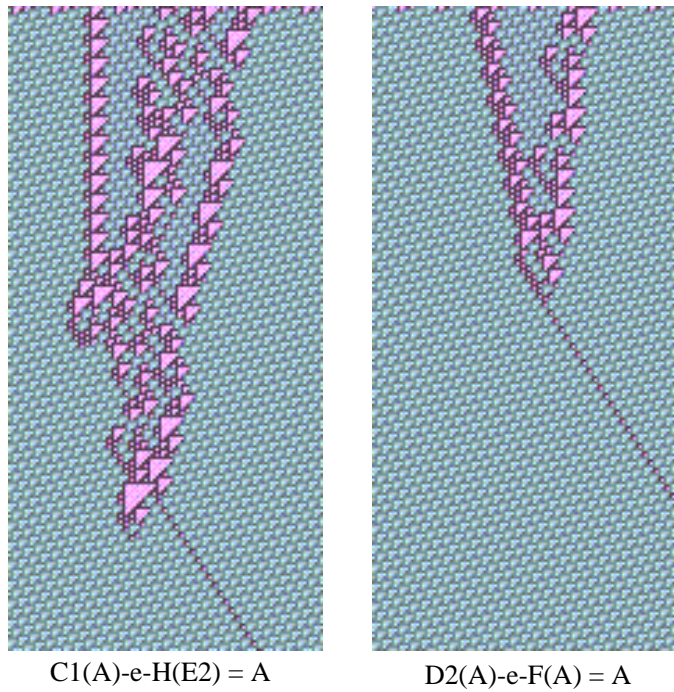


Figura 1: Produciendo glider A

En la Figura 1 se ilustran dos maneras de producir el glider A, el primero es entre un glider C1 contra un glider H, es interesante ver que un glider tan complicado como el H puede ser casi contenido en un choque relativamente simple.

El segundo caso es entre el glider D2 y el glider F, el glider A aparece con mucha frecuencia en el espacio de evoluciones, pero producirlo de manera aislada en el caso binario solo es posible en dos casos.

## 2.2 Glider B

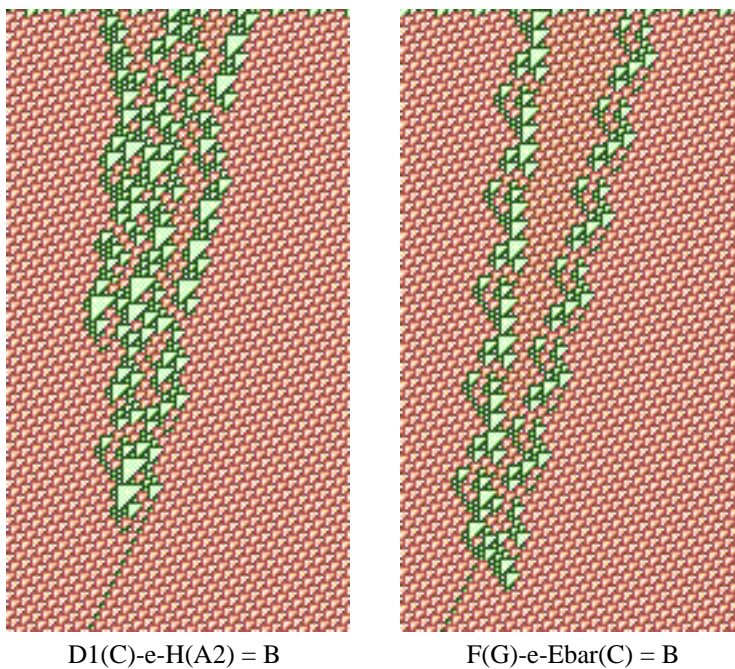
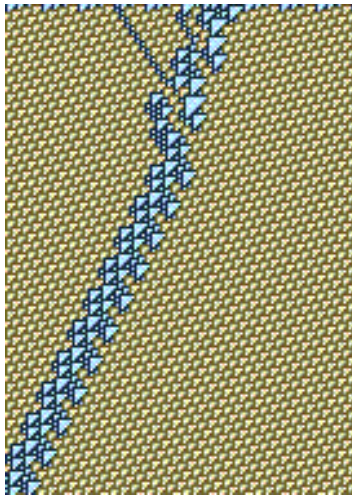


Figura 2: Produciendo glider B

En la Figura 2 se ilustran dos maneras de producir el glider B, el primero es entre un glider D1 contra un glider H, otra vez el glider H es parte para obtener uno de los primeros gliders de la lista de Cook. La intervención del glider H es necesaria solo en el caso de los gliders A y B, entonces se puede pensar que la clasificación de Cook sigue una secuencia en particular.

El segundo caso es entre un glider F contra un glider Ebar, la mayoría de los choques entre estos dos gliders producen solitones [Jua02].

### 2.3 Glider Bbar



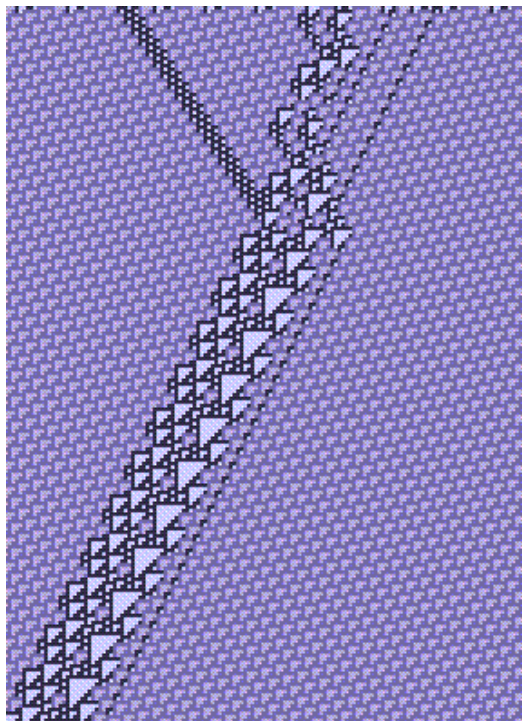
$$2A(A)-e-G(A2) = Bbar$$

Figura 3: Produciendo glider Bbar

En la Figura 3 se ilustra la producción entre un grupo de 2A's contra un glider G, el resultado es el glider Bbar. Este es uno de los gliders que no puede ser obtenido a través de un choque binario.

Su estructura es un poco complicada ya que todas las partes se desplazan a una velocidad de  $-1/2$ , esta es la velocidad máxima en el sentido negativo. Los límites de velocidades máximas están representadas por los gliders A y B's [Jua01].

## 2.4 Glider Bbar8



4A-3e-Ebar(D)-B-B = glider Bbar8 (casi limpio) 2/07/2002

Figura 4: Produciendo glider Bbar8

En la Figura 4 se ilustra la producción del glider Bbar8, este glider en particular no ha sido obtenido de manera individual. Este choque es el que más se aproxima a una producción limpia, intervienen un grupo de 4A's, un glider Ebar y dos gliders B's espaciados.

En muchas construcciones la intervención o el cambio de un bit en la configuración inicial puede descomponer todo el sistema, por ejemplo el sistema tag cíclico que se propone en el nuevo libro de Stephen Wolfram [Wolf02] es muy sensitivo a estos cambios y otras construcciones también así lo demuestran como puede verse en [Mc02] y [Jua02a].

Entonces la intervención oportuna del último glider B es esencial para formar el margen derecho del glider Bbar8. Este glider fue buscado especialmente ya que la probabilidad de encontrarlo en el espacio de evoluciones es muy baja, algunos ejemplos calculados son realmente exóticos y con transientes muy cortas.

## 2.5 Glider C1

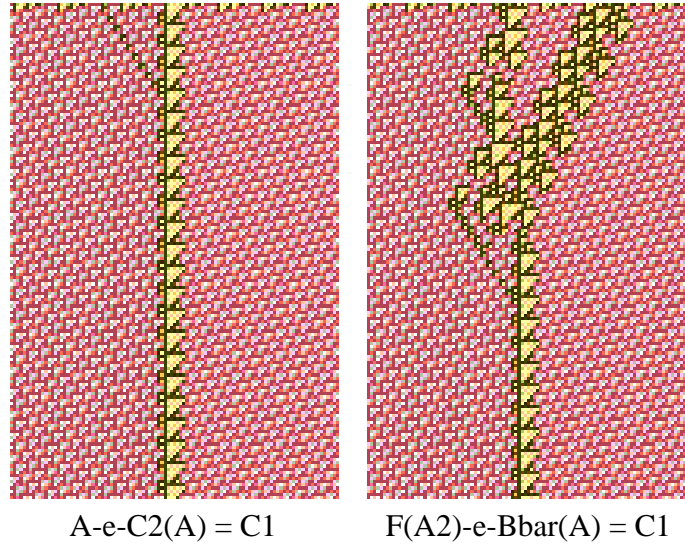


Figura 5: Produciendo glider C1

En la Figura 5 se ilustra la producción de un glider C1, los gliders C's son los únicos con velocidad igual a cero. En el primer caso el choque es entre un glider A contra un glider C2, entonces decrementa en uno el índice del glider C y es interesante ver si se cumple para los demás casos y si existe un choque que funcione en el sentido inverso, es decir, que incremente el índice de los gliders C's.

En el segundo caso un choque entre un glider F contra un glider Bbar producen un glider C1, aunque en un principio se produce un glider C2 llega un glider A que lo transforma en C1, igual que en el caso anterior.



## 2.6 Glider C2

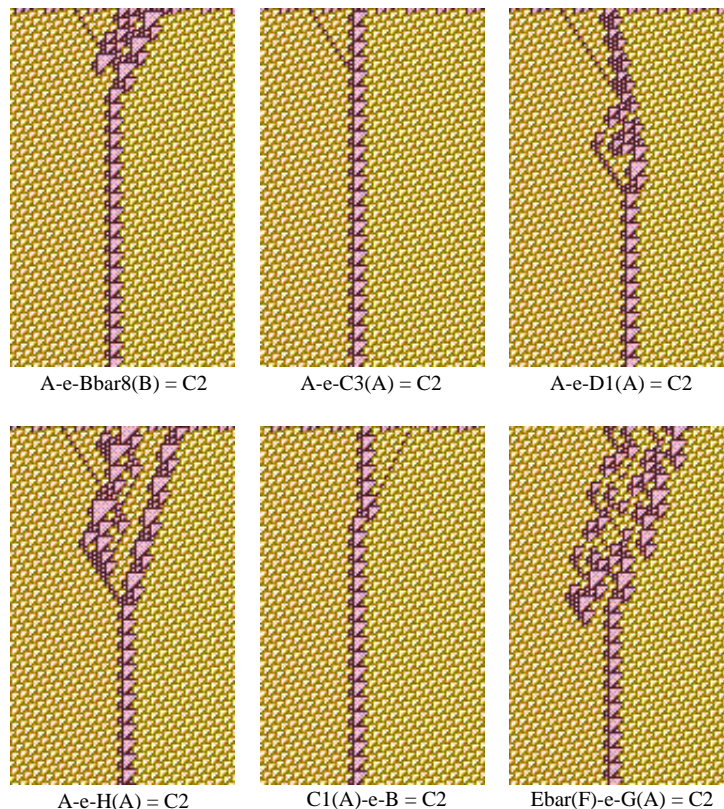


Figura 6: Produciendo glider C2

En la Figura 6 se ilustran los casos para obtener el glider C2, a primera vista se puede ver más variedad. El primer caso es entre un glider A contra un glider Bbar8 y aunque el glider A se cancela con el glider B, los choques entre el glider A y gliders Bbar's tienen dos posibilidades más.

El segundo caso es entre un glider A contra un glider C3, entonces con un glider A de C3 se puede llegar a C2 y después a C1. El tercer caso es entre un glider A contra un glider D1 y se puede ver que el último fragmento de choque antes de llegar al C2 es entre un glider E y una pareja de 2A's.

El cuarto ejemplo es entre un glider A contra un glider H, otra vez se puede ver el choque en la parte final entre un glider E y 2A's. El quinto caso es entre un glider C1 contra un glider B, este es el proceso inverso que se comprueba con el glider C3.

El sexto caso es entre un glider Ebar y un glider G, el choque es más difícil originado por el tamaño de los gliders y por el número de posibilidades en que ellos interactúan [Jua01].

## 2.7 Glider C3

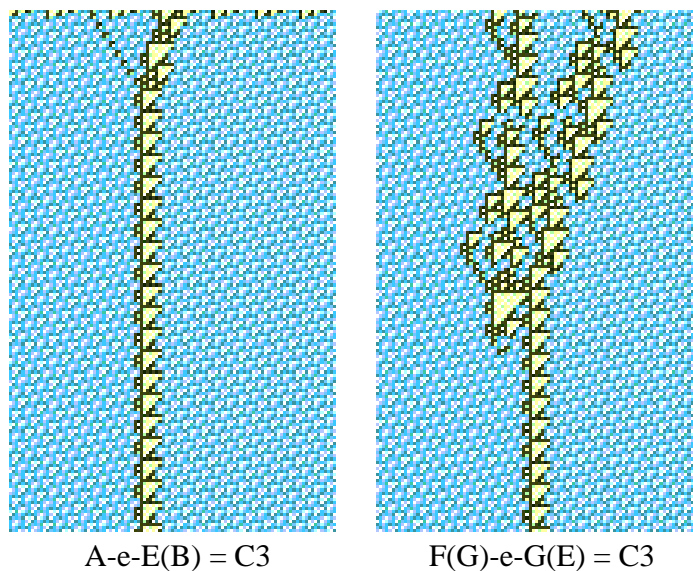


Figura 7: Produciendo glider C3

En la Figura 7 se ilustran los casos para producir el glider C3, el primer caso es un choque entre el glider A contra un glider E, siguiendo la secuencia anterior se tiene que  $A \rightarrow E = C3$ ,  $A \rightarrow C3 = C2$ , y  $A \rightarrow C2 = C1$ .

El segundo caso es entre el glider F contra el glider G que produce el glider C3, el choque es más elaborado porque el glider F tiene 4 puntos de contacto en su margen izquierdo y el glider G tiene 9 puntos de contacto en su margen derecho [Jua01].

## 2.8 Glider D1

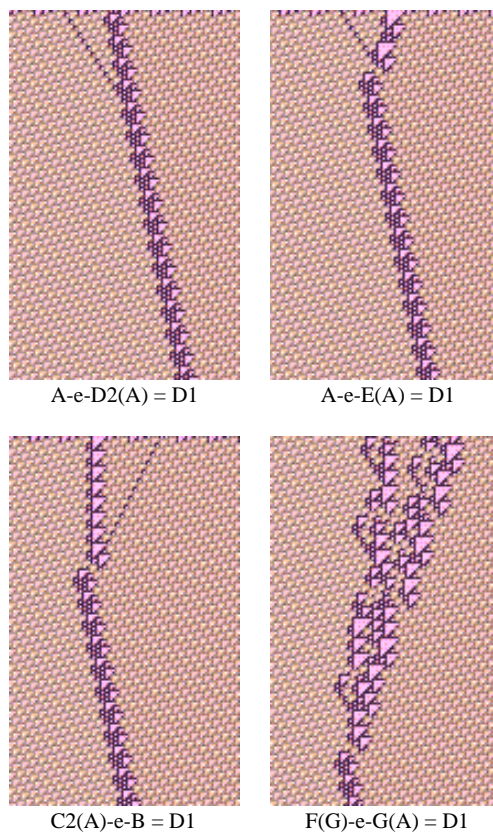
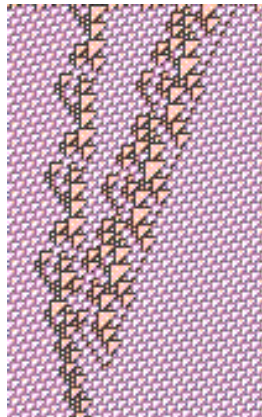


Figura 8: Produciendo glider D1

En la Figura 8 se ilustran las cuatro maneras de producir el glider D1, el primer caso es entre un glider A contra un glider D2, en este caso disminuye el índice del glider D. El segundo caso es entre el glider A contra el glider E, recuerde que un glider A contra un glider D1 es igual a C2 y entonces se puede entrar al ciclo de los gliders C's.

En el tercer caso un glider C2 contra un glider B produce un glider D1, el cuarto caso es entre un glider F contra un glider G, con un poco de cuidado pueden encontrarse ciclos entre gliders agrupando adecuadamente estos choques.

## 2.9 Glider D2



$$F(G)-e-G(B)-B = D2$$

Figura 9: Produciendo glider D2

El glider D2 es otro de los gliders que no puede ser calculado en un choque binario, sin embargo con la lista de choques binarios calculada no fue difícil obtenerlo como se ilustra en la Figura 9.

Es un choque triple entre un glider F contra un glider G y un glider B que convierte al glider G en G2, el glider G es un glider extendible igual que el glider E con los triángulos T5 en su margen derecho [Cook99]. Esta extensión acarrea un glider B por cada T5 que existe, finalmente en la gráfica este glider B cancela un glider A que sobra en la producción.

## 2.10 Glider E

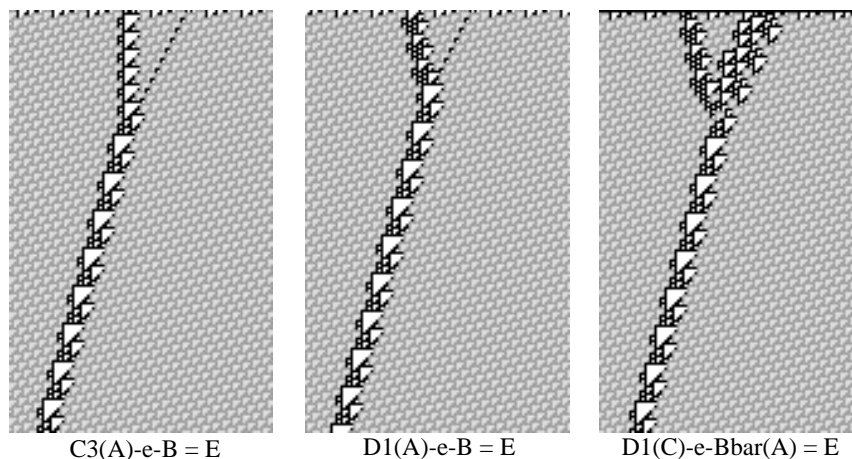


Figura 10: Produciendo glider E

En la Figura 10 se ilustran las producciones para obtener un glider E, el primer caso es entre un glider C3 contra un glider B, el segundo caso es entre un glider D1 contra un glider B, si uno toma algún orden que se quisiera ver, se tiene que  $D1 \rightarrow B = E$ ,  $A \rightarrow E = C3$ ,  $A \rightarrow C3 = C2$ ,  $A \rightarrow C2 = C1$  y  $C1 \rightarrow H = A$ , tratando de encontrar secuencias de cierto período.

El tercer caso es entre un glider D1 contra un glider Bbar, nótese que el triángulo T8 alfa que tiene el glider E es el mismo del glider Bbar8, el T5 aparece en ambos Bbar's sin embargo un buen ajuste de estos dos T's producen Bbar's extendidos de varias formas, estas extensiones son muy raras de encontrar en el espacio de evoluciones [Cook99].

El glider  $E_n$  es extensible para toda  $n \in \mathbb{Z}^+$ , un ejemplo simple de como incrementar y decrementar esta extensión es posible, el glider  $E_n$  se transforma en  $E_{n+1}$  al chocar contra un glider B, para obtener la transformación  $E_{n-1}$  es necesario que choque contra un glider A, esta idea es desarrollada por McIntosh en un intento de encontrar un contador binario en la regla 110 [Mc99].

## 2.11 Glider Ebar

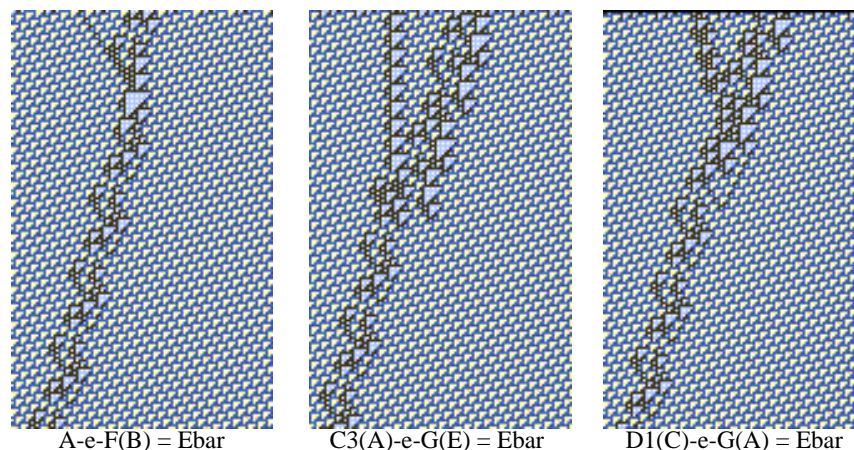


Figura 11: Produciendo glider Ebar

En la Figura 11 se ilustran los tres casos en que puede obtenerse un glider Ebar, el primer caso es entre un glider A contra un glider F, nótese que se genera un T10 en el proceso, una cuestión interesante es ver si es posible describir algún proceso utilizando triángulos grandes distribuidos cuidadosamente en el espacio de evoluciones [Mc00].

El segundo caso es entre un glider C3 contra un glider G, es importante ver que los márgenes entre los gliders Ebar, F y G tienen fragmentos idénticos en su margen izquierdo, de hecho el margen izquierdo del glider Ebar es igual al del glider F, solo se diferencian porque el glider F lleva un glider C2 en su interior que cambia el margen derecho.

El tercer caso es entre un glider D1 contra un glider G, revisando los otros choques entre estos dos gliders, es posible encontrar el T10 que genera un Ebar como se había visto en el primer caso. Finalmente la existencia de un T10 aislado induce un glider Ebar.

El glider Ebar y todos los demás gliders que siguen en la lista pueden ser vistos como productos de gliders naturales [JMS02].

## 2.12 Glider F

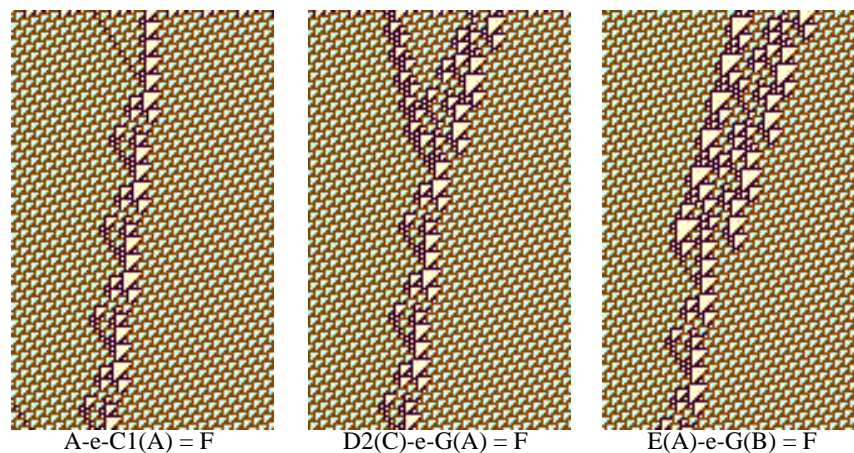


Figura 12: Produciendo glider F

El glider F tiene tres maneras de producirse como se ilustra en la Figura 12, el primer caso es entre un glider A contra un glider C1, este choque puede considerarse como la base, porque intervienen dos gliders naturales y no compuestos como es el caso del Ebar para adelante.

El segundo caso es entre un glider D2 contra un glider G, en el caso del Ebar (subsección anterior) la producción es entre el glider D1 y el glider G, es interesante ver que estos gliders están en la misma fase, la única diferencia es solo el índice del glider D.

El tercer caso es entre un glider E contra un glider G, puede identificarse que en el desarrollo del choque está el primer caso entre un glider A contra un glider C1. En realidad el segundo y tercer caso tienen este choque, por esa razón puede considerarse como la parte más básica para generar el glider F.

### 2.13 Glider G

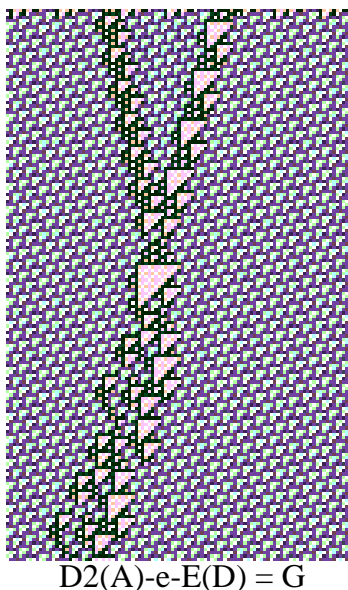


Figura 13: Produciendo glider G

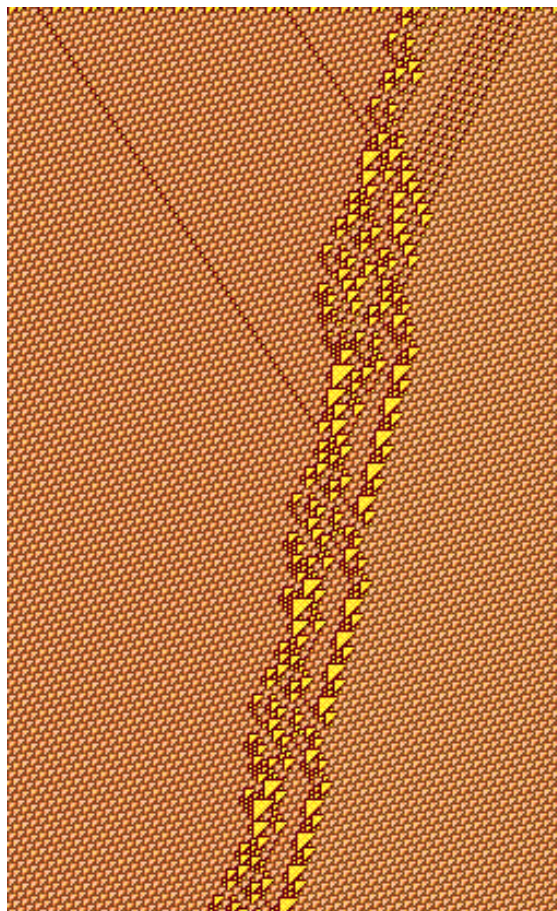
El glider G puede ser producido entre un glider D2 contra un glider E como se ilustra en la Figura 13, aquí aparece un T13 en el proceso y como sucede en el caso del glider Ebar, es posible ver que donde exista un T13 aislado debe existir un glider G.

El glider G es extendible igual que el glider E y eso es porque el T5 que esta en el margen derecho permite un acarreo de B's sin destruirlo. Aplicando las operaciones de incremento y decremento en un  $G_n$  chocando con los gliders A y B, se pudo comprobar calculando todos los choques necesarios, que para todo glider  $G_n$  que choca contra un glider B se transforma en  $G_{n+1}$ .

Para decrementar el glider  $G_n$  solo es posible chocando contra un glider A y cuando  $n = 2$ , en cualquier otro caso el glider G es destruido, esto es porque la estructura que se genera en el margen derecho no permite pasar más que un solo B.



## 2.14 Glider H



A-7e-[11111000100110100110]A-3e-Ebar(A)-B-e-[11100110001111101011100110]5B = H

Figura 14: Produciendo glider H ejemplo 1

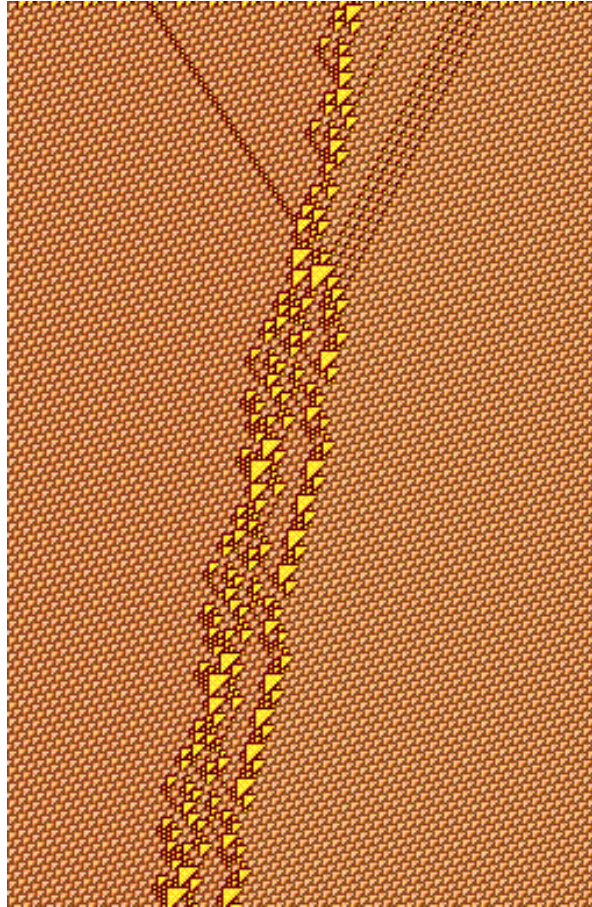
En la Figura 14 se ilustra la producción de un glider H con nueve choques dos gliders A's espaciados, un glider Ebar, un B y un grupo de cinco B's. La construcción no es fácil de reproducir y por eso se ajusta la configuración inicial cuidando las distancias entre gliders.

El glider H es una verdadera construcción compleja, en este glider es notoria la existencia de choques internos entre varios gliders naturales y fragmentos de descomposiciones, todos ellos sincronizados para obtener un glider de esta naturaleza [JMS02].

En este contexto se puede discutir la existencia de más gliders en la regla 110, porque se tienen estructuras que cumplen con condiciones de choques que ayudan a formar el glider y este conserve su forma desplazándose a través del

espacio de evoluciones, aunque son gliders más elaborados y deben ser cuidadosamente construidos desde la configuración inicial [Mc99] y [Jua02].

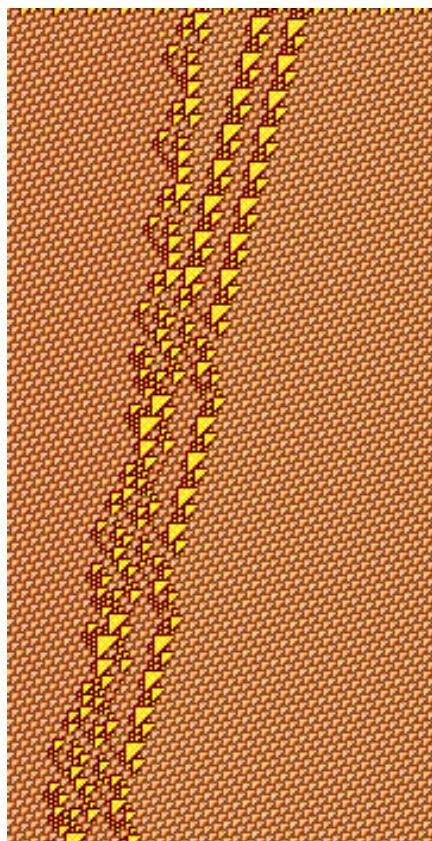
Utilizando los diagramas de de Bruijn para encontrar secuencias que forman estructuras periódicas, es posible encontrar otros tipos de fondos periódicos en la regla 110 y estructuras periódicas que se desplazan en ellos.



[111110100110]2A-5e-F(A)-e-B-e-B-[111001100011111000100110]3B = H

Figura 15: Produciendo glider H ejemplo 2

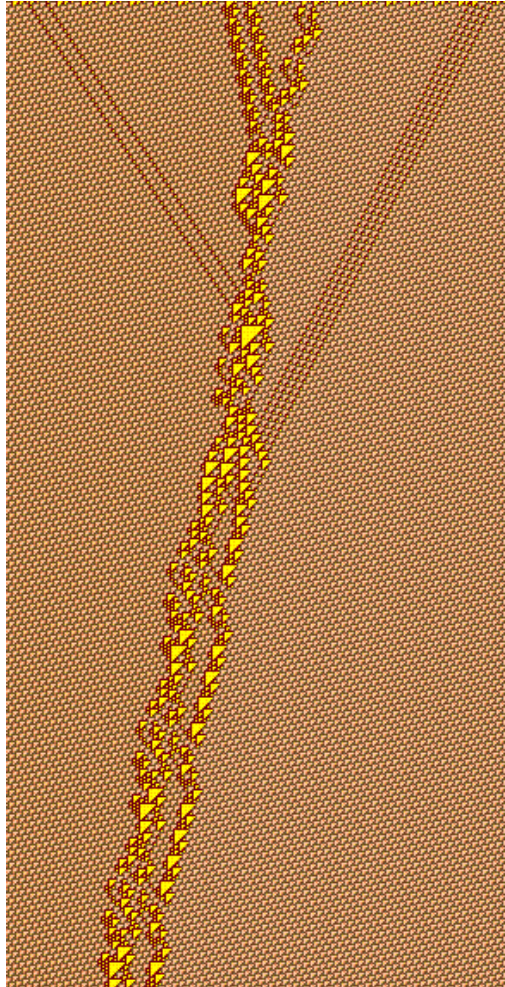
En la Figura 15 se ilustra el segundo caso para producir un glider H, entre un grupo de 2A's, un glider F, un B y un grupo de 4B's. Buscando similitudes con el ejemplo anterior se puede ver que la parte central cubierta por el glider Ebar es cambiada por un glider F.



$F(A)-e-E(D)-[1110110011000100110]E = H$

Figura 16: Produciendo glider H ejemplo 3

El tercer caso ilustrado en la Figura 16 es producto de un choque triple, entre un glider F y dos gliders E's espaciados. Este es el ejemplo más limpio conseguido hasta ahora, el último glider E es el que forma el margen derecho del glider H y la fase así como la distancia tienen que ser precisas, de lo contrario no es posible reproducirlo.

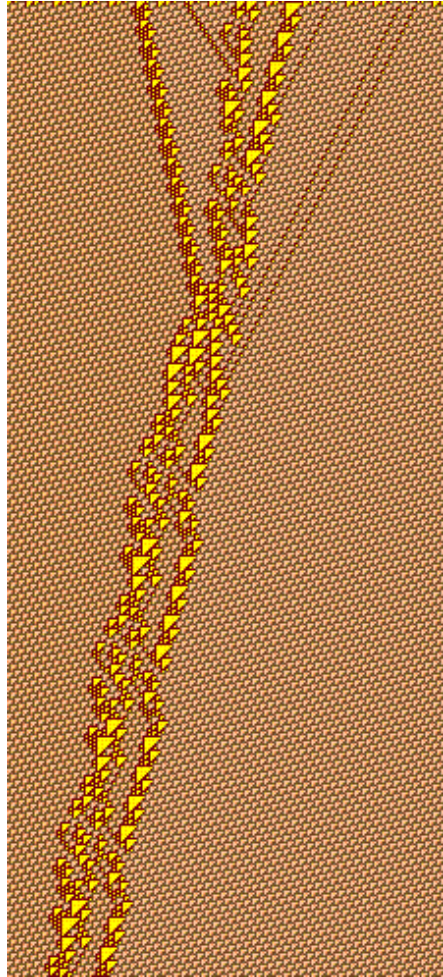


[11111000100110100110]A(3)-A-7e-D1(A)-D2(C)-e-Ebar(C)-5e-[11111000100110001111101011100110]4B(3) = H

Figura 17: Produciendo glider H ejemplo 4

El cuarto caso ilustrado en la Figura 17 no se produce de manera inmediata y los choques son efectuados en varios niveles para obtener un glider H.

Primero dos gliders D1's espaciados chocan contra un glider Ebar, se origina una pequeña descomposición que es alterada por dos A's espaciados produciendo una nueva descomposición que es alterada nuevamente por un grupo de 4B's.



D1(A)-e-[111110100110]2A(1)-e-F(B)-e-[1111111111000100110]E-B-2e-B-B = H

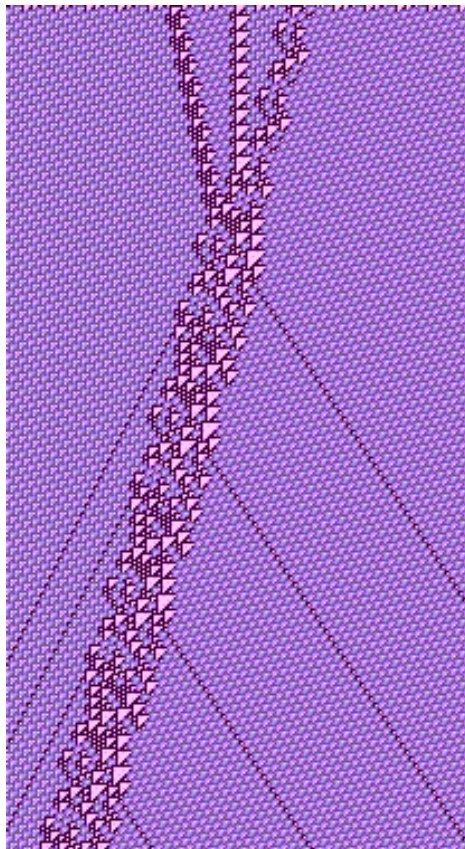
Figura 18: Produciendo glider H ejemplo 5

El quinto y último ejemplo para el glider H es ilustrado en la Figura 18, producto de varios choques, empezando con 2A's contra un glider F, después llega un glider E2, después llega un glider D1 y finalmente dos B's espaciados.

Por algunas observaciones de McIntosh este caso es reducido al choque  $D1 \rightarrow D1 \rightarrow F \rightarrow B \rightarrow B$  que produce el mismo glider H.

## 2.15 Glider Gun

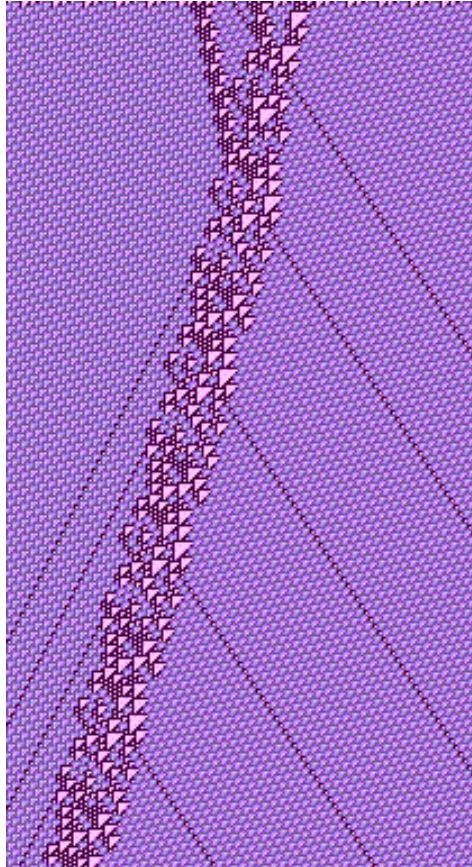
El glider gun tiene su importancia para describir crecimiento ilimitado como en el autómata celular bidimensional propuesto por John Horton Conway “El Juego de la Vida” [BCG82]. Este glider gun fue importante para la simulación de compuertas lógicas que inducen computación universal.



[1111100010011011111100110]D1-e-C1(A)-e-Ebar(B) = glider gun

Figura 19: Produciendo glider gun ejemplo 1

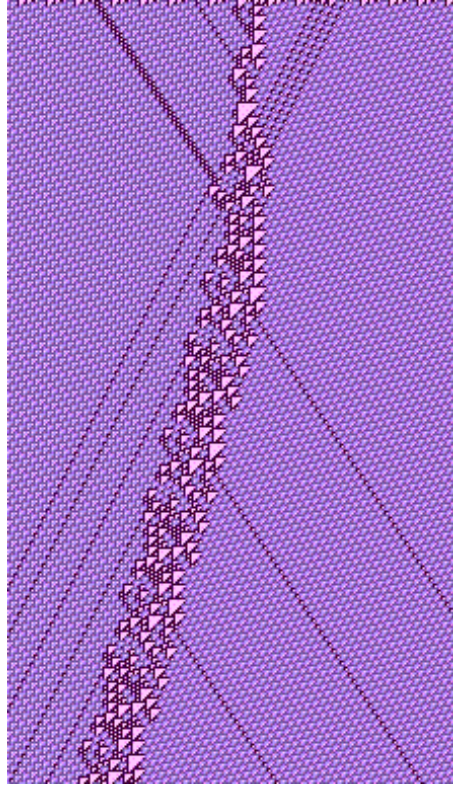
Cook menciona que el glider gun de la regla 110 no tiene alguna utilidad inmediata [Cook99], en la Figura 19 se ilustra la producción de un glider gun a través de un choque triple entre un glider D1, un glider C1 y un glider Ebar, este ejemplo es el caso más limpio que se tiene. Casos más elaborados son mostrados en las siguientes figuras.



[1111100010011001100100110]D1-A-D1(B)-[1110110011000100110]E = glider gun

Figura 20: Produciendo glider gun ejemplo 2

En la Figura 20 se tiene un cuádruple choque entre un glider D1, un glider A, un glider D1 y un glider E, la sincronización de los últimos tres gliders al momento del choque es exacta y como es común en este tipo de construcciones un cambio de fase o un solo bit descompone toda la producción.



[1111100010011011101111000100110]3A-2e-A-e-F(E)-e-[111001100011111010]4B = glider gun

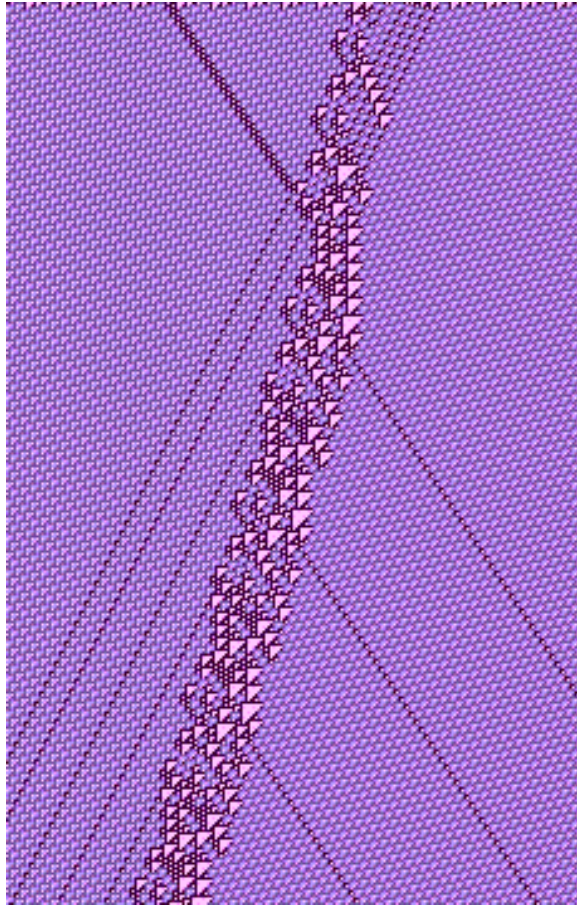
Figura 21: Produciendo glider gun ejemplo 3

En la Figura 21 se ilustra en tercer caso para obtener un glider gun, este esta compuesto por un grupo de 3A's, un glider A, un glider F y un grupo de 4B's. En el grupo de 3A's puede utilizarse en su lugar un grupo de 4A's para cancelar un B que sale como producto del choque.

Es interesante ver que en el caso del glider H y el glider gun se tienen varios tipos de construcción, sobre todo por la complejidad de su estructura. En búsquedas realizadas en configuraciones de 20,000 células de diferentes densidades, era posible encontrar varios ejemplos de estos gliders algunos muy caóticos y complicados, otros no llegaban a formarse completamente.

Encontrar reglas complejas que tengan una amplia variedad de gliders e identificarlos por algún medio es un tema interesante, un trabajo relevante en esta dirección puede ser consultado en los resultados de Andrew Wuensche [Wue99]. Por ejemplo identificar el fondo periódico y filtrarlo para observar bien los gliders, es una técnica muy útil para identificar detalladamente estructuras o choques complicados que parecen iguales, pero que no lo son por pequeñas sutilezas.





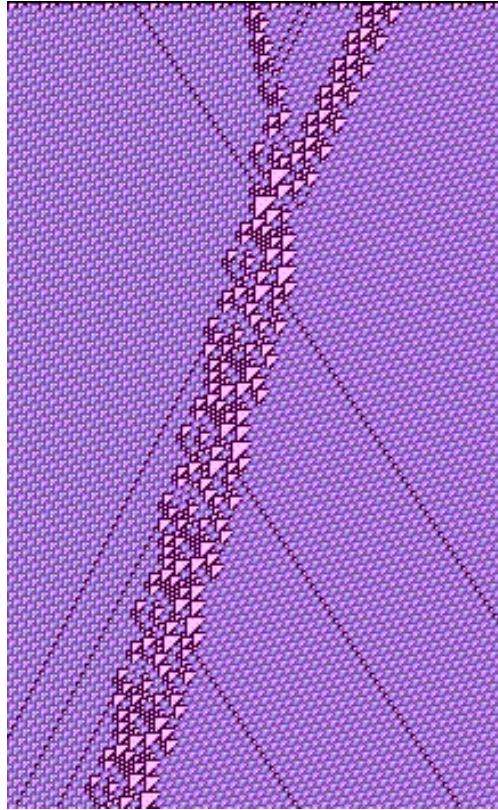
[111110111000100110]3A-4e-Ebar(A)-[111110101110011000]4B = glider gun

Figura 22: Produciendo glider gun ejemplo 4

En la Figura 22 se ilustra el cuarto caso entre un grupo de 3A's, un glider Ebar y un grupo de 4B's, observando con cuidado este choque es casi igual al anterior y de hecho lo es.

En el caso tres el glider A que choca contra el glider F produce un glider Ebar y despues llega el grupo de 4B's, en este caso se puede identificar que la descomposición del lado derecho es idéntica al ejemplo anterior. El grupo de 3A's llegan de manera diferente pero produciendo el mismo resultado.

En ambos casos curiosamente estos pequeños cambios no afectan el resultado final, a veces un error al momento de efectuar el cálculo puede ofrecer resultados útiles.



A-3e-D1(C)-e-[1111101011100110]2B-e-[1111110000111100100110]Bbar = glider gun

Figura 23: Produciendo glider gun ejemplo 5

El quinto y último ejemplo es ilustrado en la Figura 23 producto de un glider A, un glider D1, un grupo de 2B's y un Bbar. El choque no es fácil de reproducir y hay que cuidar cada uno de los choques para reproducirlo adecuadamente.

Finalmente la variedad de generar cada uno de estos gliders parece ser arbitraria, los ejemplos mostrados son solo algunos de varios casos encontrados.

### 3 Conclusiones

La lista propuesta por Cook [Cook99] es reproducida a través de choques binarios o múltiples, esto como producto del cálculo de todos los choques binarios y búsquedas en particular para los gliders que no fueron encontrados de la primer manera.

La cuestión en ver si son todos los gliders existentes en el espacio de evoluciones de la regla 110 sigue siendo un problema abierto, aunque podría discutirse la existencia de gliders en la regla 110 tal como se vio en la pág. 17. Donde existen estructuras periódicas desplazándose gracias a choques bien definidos y cuidadosamente contruidos.

Se sabe que toda estructura periódica debe de avanzar con incrementos de  $2/3$  y retroceder con decrementos de  $-1/2$  [Jua01], entonces una manera de buscar más gliders es agrupar diferentes  $T_n$ 's sin violar la regla de evolución y buscar velocidades en base a estos dos factores.

La idea de partir con los choques binarios en parte fue porque es lo más práctico, esto no quiere decir que es la única manera de generar un glider en particular. Algunos casos mostrados en este reporte son resultados de búsquedas en grandes espacios.

Es interesante ver que todos los gliders de la lista de Cook intervienen al menos una vez en la producción de un glider en particular, desde el glider A hasta el glider H. Manejando independientemente el glider gun porque su interacción con otros gliders es más complicada.

glider	producciones
A	C1,H; D2,F
B	D1,H; F,Ebar
Bbar	2A,G
Bbar8	4A,Ebar,B,B
C1	A,C2; F,Bbar
C2	A,Bbar8; A,C3; A,D1; A,H; C1,B; Ebar,G
C3	A,E; F,G
D1	A,D2; A,E
D2	F,G2
E	C3,B; D1,B; D1,Bbar
Ebar	A,F; C3,G; D1,G
F	A,C1; D2,G; E,G
G	D2,E
H	A,A,Ebar,B,5B; F,E,E; D1,D1,F,B,B; A,A,D1,D2,Ebar,4B; 2A,F,B,4B
Gun	D1,A,D1,E; 3A,A,F,4B; 3A,Ebar,4B; A,D1,2B,Bbar; D1,C1,Ebar

Tabla 1: Relación de producciones para cada glider

En la Tabla 1 se muestran las secuencias para producir cada uno de los gliders de la lista de Cook, gráficas de estas relaciones son mostradas en las siguientes páginas.

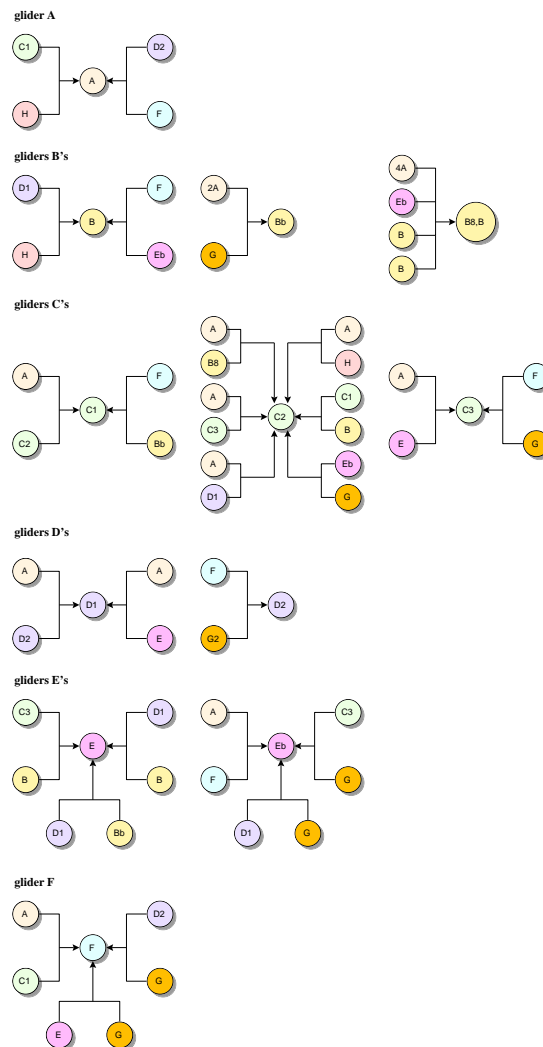


Figura 24: Relaciones de producciones del glider A al glider Ebar

Los choques ilustrados en este reporte fueron reproducidos con el sistema OSXLCAU21 [Osx01] de dominio público.

Es interesante ver como llegar de un glider a otro recorriendo toda la lista, esto puede ser posible aunque el orden no se conserve del todo y encontrando varias combinaciones. Por ejemplo si se empieza con un  $F \rightarrow G2 = D2$ ,  $A \rightarrow D2 = D1$ ,  $A \rightarrow D1 = C2$ ,  $A \rightarrow C2 = C1$ ,  $C1 \rightarrow H = A$  y  $A \rightarrow C1 = F$ , llegando a formar diferentes ciclos de producciones.

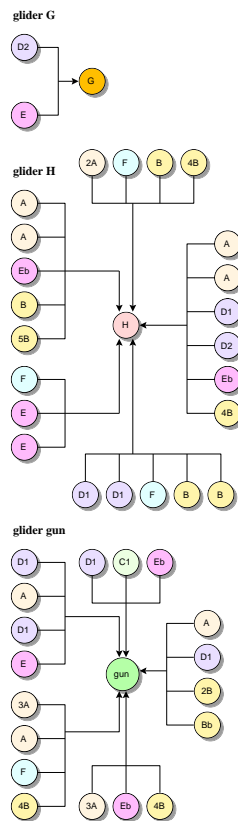


Figura 25: Relaciones de producciones del glider F al glider Gun

## Agradecimientos

Al profesor Harold V. McIntosh por su asesoría y apoyo. En especial al apoyo otorgado por el Departamento de Aplicación de Microcomputadoras de la UAP, por la estancia otorgada para el verano de la investigación científica; al Departamento de Ingeniería Eléctrica, Sección Computación, CINVESTAV-IPN y al apoyo de CONACyT con número de registro 139509.

## Referencias

- [BCG82] Elwyn R. Berlekamp, John H. Conway and Richard K. Guy, *Winning Ways for your Mathematical Plays*, Academic Press, 1982 (ISBN 0-12-091152-3) vol. 2, chapter 25.
- [Cook99] Matthew Cook, "Introduction to the activity of rule 110" (copyright 1994-1998 Matthew Cook),

<http://w3.datanet.hu/~cook/Workshop/CellAut/Elementary/Rule110/110pics.html>, January 1999.

- [Jua01] Genaro Juárez Martínez, “Margenes periódicos en la regla 110 con correspondencia biyectiva en estructuras periódicas que definen puntos de contacto y velocidad máxima,” <http://delta.cs.cinvestav.mx/~mcintosh>, Octubre 23, 2001.
- [Jua02] Genaro Juárez Martínez, “Solitones en el autómata celular unidimensional regla 110,” <http://delta.cs.cinvestav.mx/~mcintosh>, Abril 8, 2002.
- [Jua02a] Genaro Juárez Martínez, “Un camino para construir configuraciones complejas en la regla 110,” <http://delta.cs.cinvestav.mx/~mcintosh>, Julio 25, 2002.
- [JM01] Genaro Juárez Martínez and Harold V. McIntosh, “ATLAS: Collisions of gliders like phases of ether in rule 110,” <http://delta.cs.cinvestav.mx/~mcintosh>, August 2001.
- [JMS02] Genaro Juárez Martínez, Harold V. McIntosh y Juan Carlos Seck Tuoh Mora, “Estructuras periódicas cubriendo el espacio de evoluciones en el autómata celular unidimensional regla 110,” <http://delta.cs.cinvestav.mx/~mcintosh>, Abril 8, 2002.
- [LN92] Wentian Li and Mats G. Nordahl, “Transient behavior of cellular automaton rule 110,” *Physics Letters A* **166**, 335-339, (1992).
- [Mc99] Harold V. McIntosh, “Rule 110 as it relates to the presence of gliders,” <http://delta.cs.cinvestav.mx/~mcintosh>, January 1999.
- [Mc00] Harold V. McIntosh, “A Concordance for Rule 110,” <http://delta.cs.cinvestav.mx/~mcintosh>, April 2000.
- [Mc02] Harold V. McIntosh, “Rule 110 Is Universal!,” <http://delta.cs.cinvestav.mx/~mcintosh>, June 30, 2002.
- [Wolf84] Stephen Wolfram, “Universality and complexity in cellular automata,” *Physica D* **10**, 1-35, 1984.
- [Wolf86] Stephen Wolfram, *Theory and Applications of Cellular Automata*, World Scientific Press, Singapore 1986.
- [Wolf02] Stephen Wolfram, *A New Kind of Science*, Wolfram Media, Inc., Champaign, Illinois, 2002 (ISBN 1-57955-008-8).
- [Wue99] Andrew Wuensche, “Classifying Cellular Automata Automatically,” *Complexity*, vol. 4, no. 3, 47-66, 1999.

[Osx01] Programa “OSXLCAU21” disponible en los sistemas OpenStep y Mac OS X, viable de manera gratuita en <http://delta.cs.cinvestav.mx/~mcintosh/comun/s2001/s2001.html>, Agosto 2001.