

Un camino para construir configuraciones complejas en la regla 110

Genaro Juárez Martínez*
Centro de Investigaciones y Estudios Avanzados del IPN
Departamento de Ingeniería Eléctrica
Sección Computación

Julio 25, 2002

Resumen

Se propone una manera de construir configuraciones iniciales complejas en la regla 110, este análisis se basa en las fases del ether. Siguiendo este enfoque es fácil ver que estas fases inducen distancias en el espacio de evoluciones, de esta manera se puede ofrecer un camino para construir estructuras complejas, controlar procesos específicos como producir gliders, el tag cíclico, solitones, entre algunas cosas más.

Contenido

1	Introducción	2
2	Antecedentes históricos	2
3	Propiedades de las fases	2
4	Controlando choques utilizando fases	5
4.1	Produciendo estructuras complejas	5
4.2	Produciendo gliders	10
4.3	Produciendo triángulos grandes	14
4.4	Produciendo el tag cíclico	17
5	El sistema OSXLCAU21	25

*correo-e: genaro@enigma.red.cinvestav.mx y genarojm@correo.unam.mx

1 Introducción

El estudio de la regla 110 ofrece una amplia variedad de análisis ya que sus comportamientos complejos no son fáciles de describir. El estudio se basa en las propiedades básicas del fondo periódico que muestran una alineación en el espacio de evoluciones.

Se desarrolla un método para construir configuraciones iniciales para ciertos propósitos, entre ellos podemos mencionar la generación de triángulos grandes [Mc00], la generación de gliders [Jua02a], el sistema tag cíclico [Wolf02], el control de solitones [Jua02] y producciones simétricas, entre algunas otras cosas.

Se muestra que este estudio fundamentado en fases tiene propiedades importantes en el espacio de evoluciones de la regla 110, esto induce un camino para construir cualquier choque propio, que es definido desde la configuración inicial.

Entre estos ejemplos destaca la generación de gliders, la construcción del sistema tag cíclico, entre otras cosas más. Este método se describe de manera general y se hacen referencias de algunos trabajos importantes relacionados que han servido como base y han sido de mucha utilidad, finalmente se muestra el desarrollo de un sistema computacional que hace uso de estas propiedades.

2 Antecedentes históricos

El estudio de la regla 110 tiene como inicios las primeras investigaciones de Wolfram en autómatas celulares de una dimensión de orden $(2,1)$, donde el primer parámetro indica el número de estados y el segundo el número de vecinos.

La dinámica es simple se tiene una célula central y r vecinos a cada lado, cada una de las células tomará un elemento del conjunto de estados \mathcal{K} y su cardinalidad esta representada por k . La función de transición φ evalúa cada una de las vecindades a lo largo del arreglo.

Wolfram desarrolla todo un estudio sistemático en este tipo de autómatas celulares, descubriendo que la regla 110 tiene comportamientos complejos y lanza la conjetura que dicha regla puede ser universal [Wolf84].

Un primer artículo dedicado al estudio de la regla 110 es el de Wentian Li y Mats G. Nordahl en 1992 [LN92], en él se muestra un estudio estadístico y se ilustran algunos de los comportamientos de dicho autómata.

Matthew Cook en 1999 [Cook99] da a conocer una lista de gliders¹ encontrados hasta ahora en el espacio de evoluciones de la regla 110. Por su parte Harold V. McIntosh desarrolla toda una investigación, fundamentada en que la regla 110 es un problema de cubrir el espacio de evoluciones con polígonos [Mc99].

Retomando las investigaciones de Cook y McIntosh se plantea un estudio sistemático para controlar el espacio de evoluciones. La manera como se logra hacer esto, es por medio de las propiedades básicas del fondo periódico llamado por Cook “ether”, estas propiedades aunque no se encuentran formalizadas pueden consultarse en [Jua01].

Finalmente se desarrolló un sistema para modelar autómatas celulares de orden $(2,1)$, enfocado principalmente al estudio de la regla 110 [Osx01]. Para esto se tuvo que realizar una descripción detallada de cada uno de los gliders y aunque es una herramienta que todavía se encuentra en desarrollo, puede ser utilizada para llevar a cabo ciertos experimentos.

3 Propiedades de las fases

Tomando el enfoque de McIntosh el espacio de evoluciones de la regla 110 puede ser cubierto con triángulos de diferentes tamaños T_n , donde n indica el tamaño del triángulo equilátero para toda $n \geq 1$. El cubrimiento con estos mosaicos es bien definido por la regla de evolución, entonces agrupaciones de estos mosaicos permiten diferentes tipos de cubrimientos [GS82].

¹Un *glider* es una estructura periódica que se desplaza en el tiempo.

En el espacio de evoluciones pueden identificarse dos tipos de triángulos α y β , el ether esta constituido por el triángulo T3- β y este mosaico es el que predomina a lo largo del tiempo en el espacio de evoluciones. La densidad favorecida para tener este fondo periódico es de aproximadamente 0.6.

El ether define propiedades importantes para toda estructura que existe en el espacio de evoluciones, las cuatro fases del ether son producto del T3- β como se ilustra en la Figura 1.

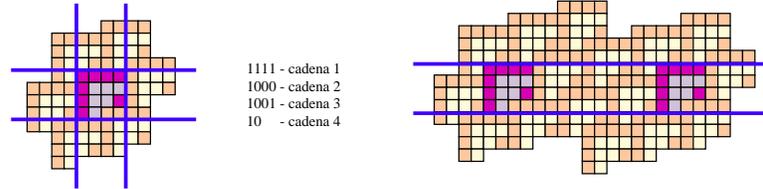


Figura 1: Fases del ether

Se tienen las cuatro fases periódicas del ether: $11111000100110 - e(f1)$, $10001001101111 - e(f2)$, $10011011111000 - e(f3)$ y $10111110001001 - e(f4)$ (donde $e(f1)$ indica ether en fase uno). Nótese que cualquiera de estas cuatro fases es una permutación de la misma cadena, el período del ether es de 14 células a la derecha en 7 generaciones.

Una manera elegante de calcular estructuras periódicas es utilizando el diagrama de de Bruijn [Mc99], la secuencia que sigue un ciclo del diagrama describe la expresión calculada. Sin embargo una limitante importante se encuentra cuando se desean calcular estructuras con períodos grandes, ya que el diagrama crece exponencialmente.

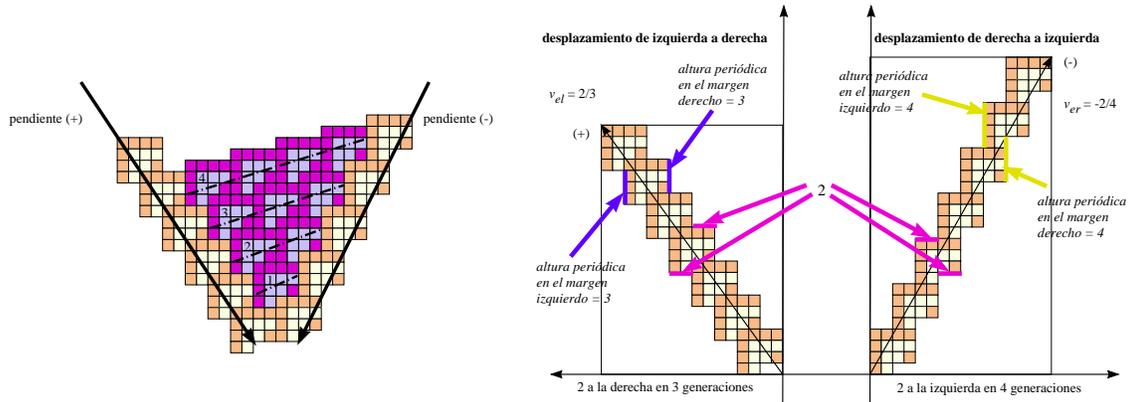


Figura 2: Dos tipos de pendientes producidas por el ether

El ether tiene dos tipos de pendientes que determinan la velocidad máxima negativa y positiva que puede tener una estructura en el espacio de evoluciones como se ilustra en la Figura 2. Por otra parte el desplazamiento de estas pendientes siempre es de 2 células y esta se conservará para toda estructura que exista. Para obtener los choques entre gliders se necesitan identificar los puntos de contacto, es decir, donde la estructura puede interactuar con otras.

Estos puntos de contacto van a estar determinados por el número de márgenes pares- mp e impares- mi que tenga un glider en particular. Entonces los puntos de contacto para un glider g estan determinados por el número de márgenes pares de su lado izquierdo y por el número de márgenes impares de su lado derecho, ambos márgenes tienen una correspondencia biyectiva y la existencia de un punto de contacto en un lado implica la existencia de un punto que no es de contacto en su contraparte. El análisis de estas propiedades para cada uno de los gliders pueden consultarse en [Jua01] y [Jua02].

Para identificar algún glider en particular de la regla 110, se utiliza la clasificación propuesta por Cook en [Cook99]. Por ejemplo el glider Ebar está formado por 41 mosaicos [JM01] y se desplaza con una pendiente negativa como se ilustra en la Figura 3.

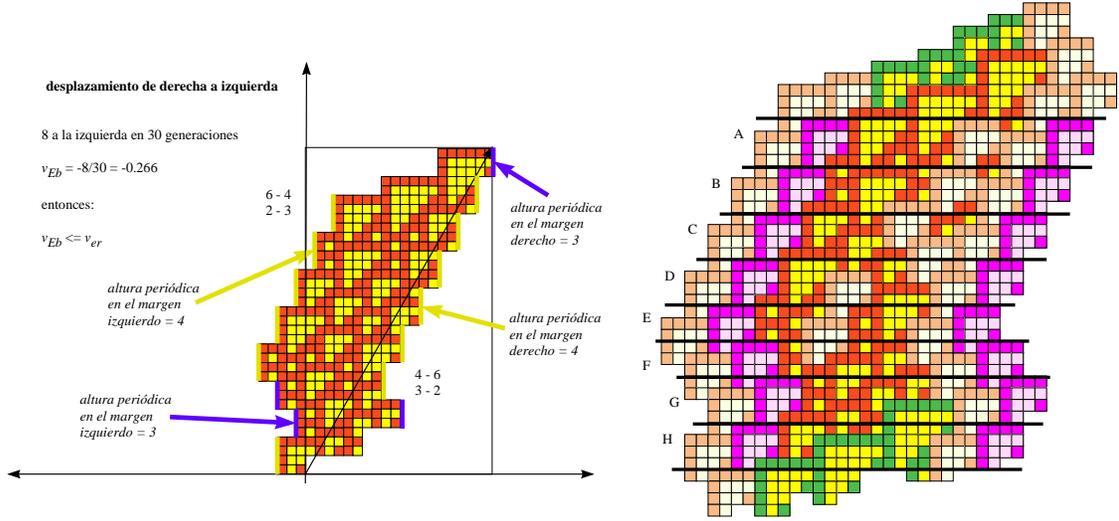


Figura 3: Mosaicos y fases del glider Ebar

El glider Ebar tiene 6 margenes pares y 2 margenes impares, por lo tanto cuenta con 8 fases definidas por el ether. Los margenes pares tienen una altura de 4 células, mientras que los margenes impares tienen una altura de 3 células, en este caso los margenes $6mp$ son puntos de contacto en su lado izquierdo pero esto implica que del lado derecho el glider tiene $6mp$ puntos que no son de contacto.

Los margenes $2mi$ que se encuentran en el lado derecho son dos puntos de contacto, pero en su lado izquierdo implica dos puntos de no contacto. Se puede observar que los margenes mp inducen un desplazamiento positivo y los margenes mi inducen un desplazamiento negativo, entonces la velocidad de un glider g puede ser calculada por la siguiente ecuación [Jua01]:

$$v_g = \frac{(2 * mi) - (2 * mp)}{(3 * mi) + (4 * mp)}. \quad (1)$$

La manera como se calcula el número de choques entre dos gliders se puede obtener como el producto de sus margenes pares mp e impares mi , menos el producto de sus contrapartes. Sabemos que el número de choques c que existen entre dos gliders g_i y g_j esta representada por la siguiente ecuación [JMS02]:

$$c = |(mp_{g_i} * mi_{g_j}) - (mp_{g_j} * mi_{g_i})|. \quad (2)$$

Un trabajo importante que trata de formalizar el número de choques entre gliders de manera general y no particular como en nuestro caso, puede ser consultado en el trabajo de Cosma Rohilla Shalizi [HSC01], donde los resultados obtenidos a través del estudio de mecánica computacional pueden ser aplicados directamente en la regla 110.

Con estas simples características se pueden determinar algunas propiedades importantes como desplazamiento, período, velocidad y número de choques posibles entre gliders. Lo interesante es que estas propiedades deben de ser capaces de conservarse en el espacio de evoluciones, sobre todo si se desea realizar un cálculo en particular, por ejemplo una descomposición que no es una estructura periódica muestra estas propiedades.

La idea central de este análisis es hacer uso de las fases en que cada uno de los gliders se pueden identificar, para esto se tuvo que describir de manera precisa la forma de cada uno de ellos, utilizando su cubrimiento de mosaicos. En algunos casos se puede ver que gliders más elaborados son vistos como productos de choques [JMS02] y [Jua02a].

Por ejemplo en el glider Ebar un glider A se anula con un glider B, despues vuelve a chocar ahora con dos gliders A y una descomposición corta a la derecha, como se ilustra en la Figura 3.

4 Controlando choques utilizando fases

Las fases de los gliders estan alineadas a las fases del ether, un punto importante es que estas fases alineadas determinan distancias. Estas distancias son útiles para obtener choques propios, se pueden tomar dos tipos de alineaciones una a la izquierda y la otra a la derecha.

El programa OSXLCAU21 utiliza la alineación positiva, sin embargo es posible utilizar la alineación negativa como su complemento, más adelante se verá como es útil la alineación negativa para obtener un choque deseado. La construcción de configuraciones iniciales se realiza introduciendo estas fases en el orden que se desee.

Para ejemplificar la utilidad de estas propiedades en el sistema OSXLCAU21, se mostrarán algunos resultados que se han obtenido en el estudio de la regla 110, entre ellos podemos mencionar la producción de gliders [Jua02a], la construcción de triángulos grandes [Mc00], el manejo de solitones [Jua02], producciones simétricas y el sistema tag cíclico.

4.1 Produciendo estructuras complejas

En la regla 110 pueden encontrarse comportamientos interesantes uno de ellos es la formación de producciones simétricas. La variedad de choques que se pueden obtener es infinita.

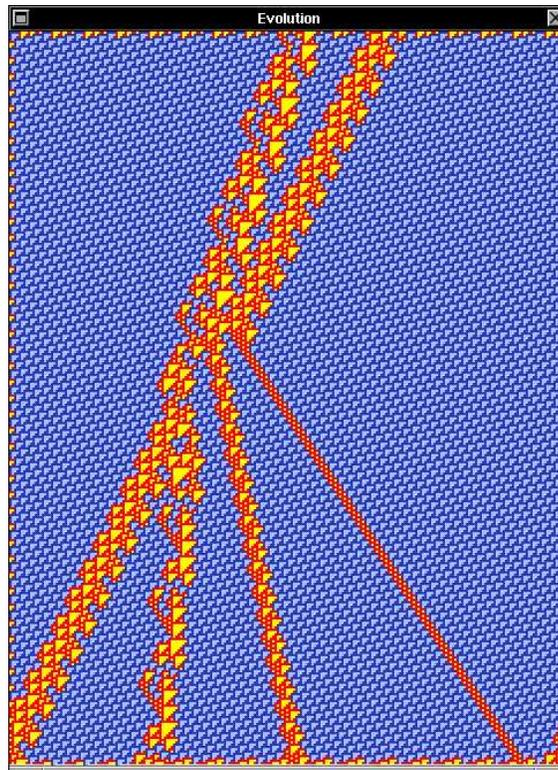


Figura 4: Producción simétrtrica entre glider G y glider Bbar

En la Figura 4 se muestra un choque entre un glider G contra un glider Bbar, el resultado es la secuencia de gliders 3A, D2, Bbar y F, en orden de aparición. La configuración inicial es definida por la expresión $*e-G(C2)-e-Bbar(C)-e*$, donde $*e*$ indica ether y $G(C2)$ la fase que viene el glider G de igual manera para el glider Bbar. La fase del ether que es agregada entre estos dos gliders, es para dar un espacio mínimo adecuado al momento de calcular el choque y garantizar que sea propio.

Un choque propio es cuando la interacción se produce de manera natural, un choque impropio ocurre cuando dos fases interactúan de una manera que no es posible obtener, por ejemplo cuando estas fases intersectan desde la configuración inicial.

El glider E tiene extensiones que pueden ser controladas chocando con un glider B, de esta manera el glider E_n puede crecer ilimitadamente chocando con gliders B's, el índice del glider E_n puede ser decrementado chocando con un glider A, solo se tiene que cuidar la fase para obtener el decremento.

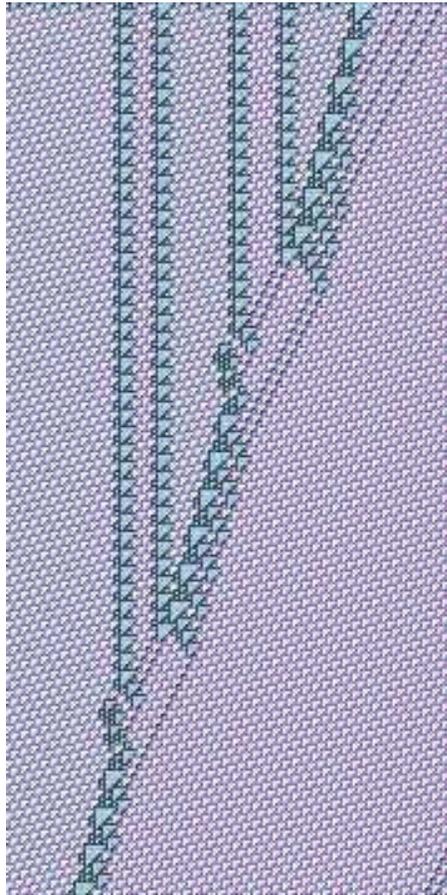


Figura 5: Decrementando E_n con C2's

En la Figura 5 se ilustra un ejemplo donde el glider E_n puede decrementar su índice con grupos de C2's, el glider C2 solo tiene dos fases y la manera como se agrupan es de dos formas, llega un glider E4 que al chocar con un C2(B) en segunda fase produce 2B's que chocan con otro C2(A) en fase uno y despues llegan 2B's y producen un E3. Intercambiando las posiciones de los C2's se decrementa una vez más el glider a E2, la expresión para obtener esta configuración es: $C2(B)-C2(A)-e-C2(A)-C2(B)-e-B-B-B$.

Otra de las curiosidades es como los gliders cubren el espacio de evoluciones y estos cubrimientos pueden ser agrupados en algunos casos de varias maneras [JMS02].

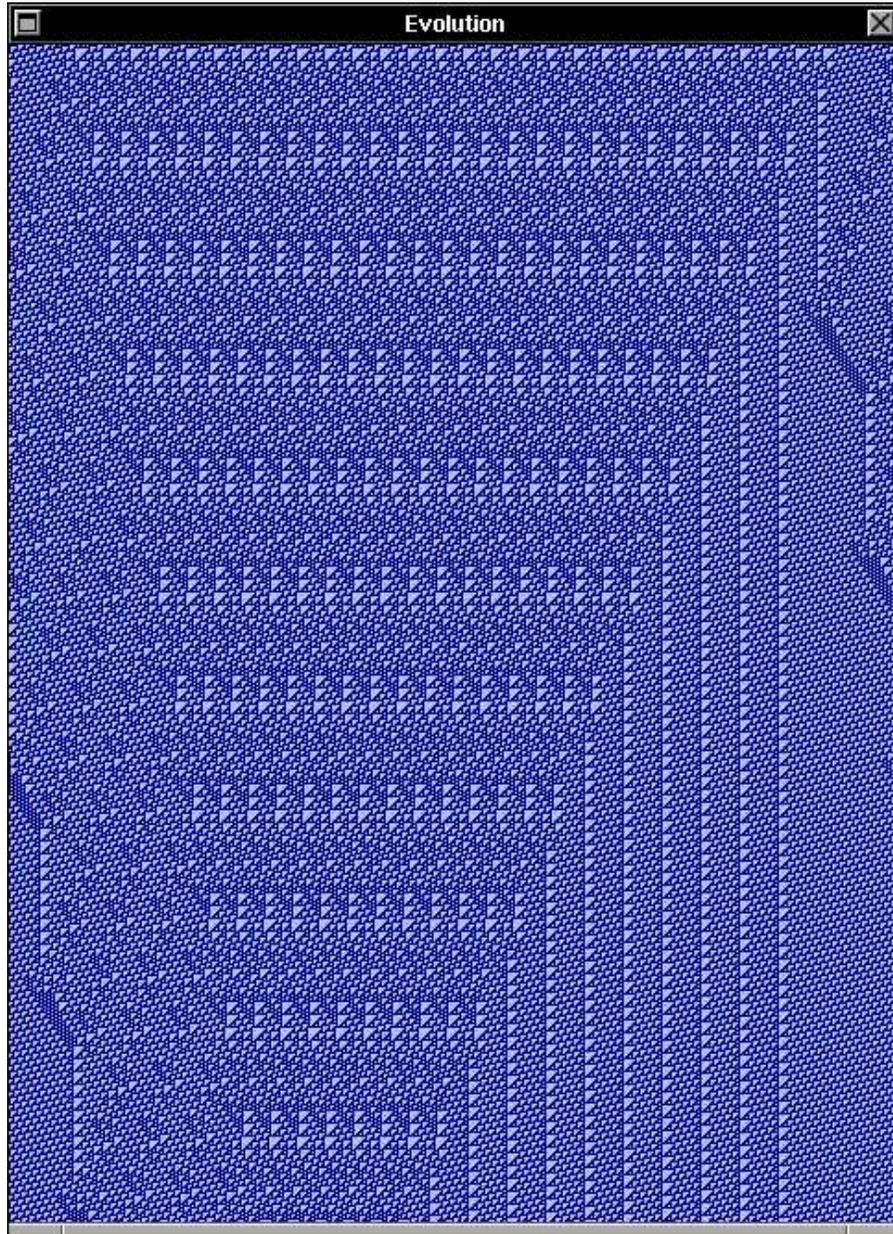


Figura 6: Cubriendo del espacio de evoluciones con el glider F

En la Figura 6 se ilustra un cubrimiento del espacio de evoluciones con el glider F(A) en fase uno que se descompone porque no es una agrupación adecuada, donde el glider cubra por completo el espacio de evoluciones como si fuera un fondo periódico. La expresión para obtener esta evolución es $*e-nF(A)-e*$.

Estas descomposiciones forman márgenes periódicos, por ejemplo si se introduce la expresión $*010*$ el crecimiento del estado 1 forma un margen periódico y las estructuras que se van creando también llegan aún comportamiento periódico. Se puede pensar que son gliders formados por un margen que los mantendra hasta que este último deje de existir.

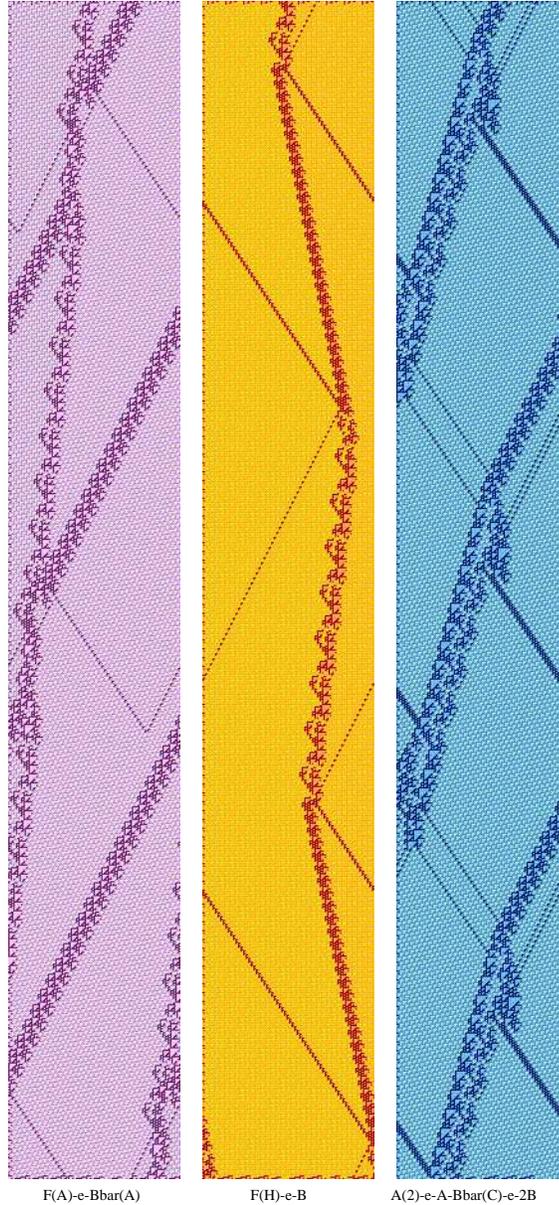


Figura 7: Estabilidad periódica en grandes ciclos

En la Figura 7 se ilustran dos comportamientos periódicos, en la primera figura el ciclo lo forman el glider F y el glider Bbar, el choque produce un glider A y un glider B que se cancelan antes de interferir en el siguiente período. En este ejemplo se hace uso de las condiciones a la frontera, donde la célula inicial se concatena con la célula final y de esta forma se tiene un anillo que tendrá la configuración inicial. Es interesante ver la estabilidad periódica que se puede alcanzar o inclusive crear una gran malla con este comportamiento.

La segunda figura ilustra un comportamiento periódico entre los gliders A's, B y F. Este fenómeno resulta particularmente interesante ya que puede simular una barrera caudrada de potencial [Mess62], donde una partícula rebota de la barrera sin poder atravesarla, entonces bajo ciertas circunstancias la partícula logra atravesar la barrera y esto es conocido como el "efecto túnel". En este caso es posible atravesar el glider F, la manera como se puede obtener este fenómeno es trabajando las distancias entre gliders y eso permite controlar el resultado buscado.

La tercera figura es un ciclo más elaborado ya que intervienen múltiples choques en sincronización que permiten visualizar el período. El glider Bbar choca contra dos gliders A's espaciados, despues llegan dos B's que producen en conjunto un E unido con un Ebar y 4A's.

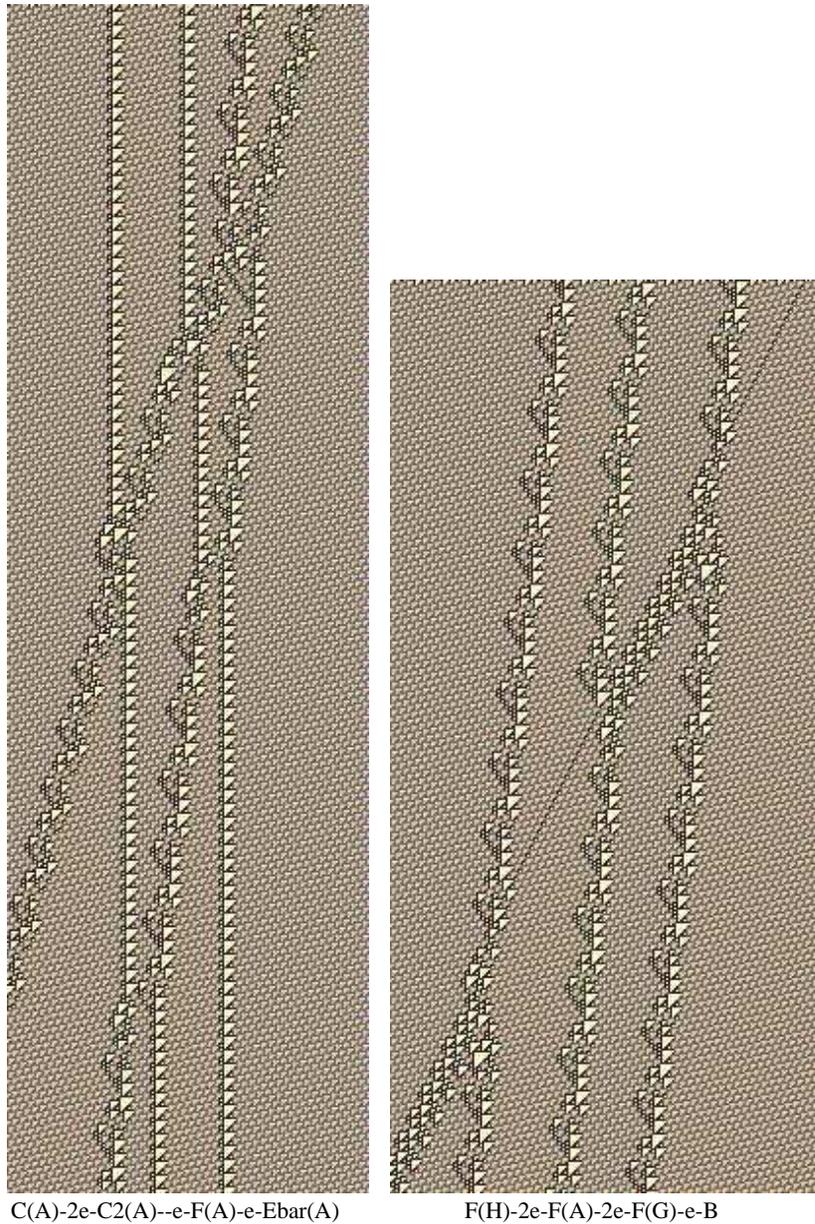


Figura 8: Solitones en la regla 110

En la Figura 8 se ilustra el fenómeno solitón y un caso especial que pudiera llamarse pseudo-solitón. En la primera figura con conocimiento previo los gliders Ebar, F, C1 y C2 tiene comportamiento solitón en algunos casos, es interesante ver como una configuración cuidadosamente construida puede ofrecer estos resultados. En la segunda figura se ilustra un pseudo-solitón entre los gliders F, Bbar y B. Su producción es muy delicada ya que existe un caso de entre todos los choques entre el glider Bbar y F, se le llama pseudo-solitón porque conserva su velocidad y sufre un pequeño desplazamiento en sus fases, pero no conserva su forma.

Un análisis que esta en desarrollo es la simulación de operaciones lógicas a través de solitones en la regla 110 [Jua02], este modelo esta basado principalmente en las investigaciones que propone Kenneth Steiglitz utilizando el modelo de Manakov [JSS01].

4.2 Produciendo gliders

Cook muestra en [Cook99] una lista de gliders que existen en el espacio de evoluciones de la regla 110, entre ellos destacan el glider gun, el glider H y Bbar8. Estos gliders no pueden ser producidos a través de un choque binario, como ha sido demostrado por examinación exhaustiva calculando todos los choques binarios [JM01], es necesario un choque múltiple.

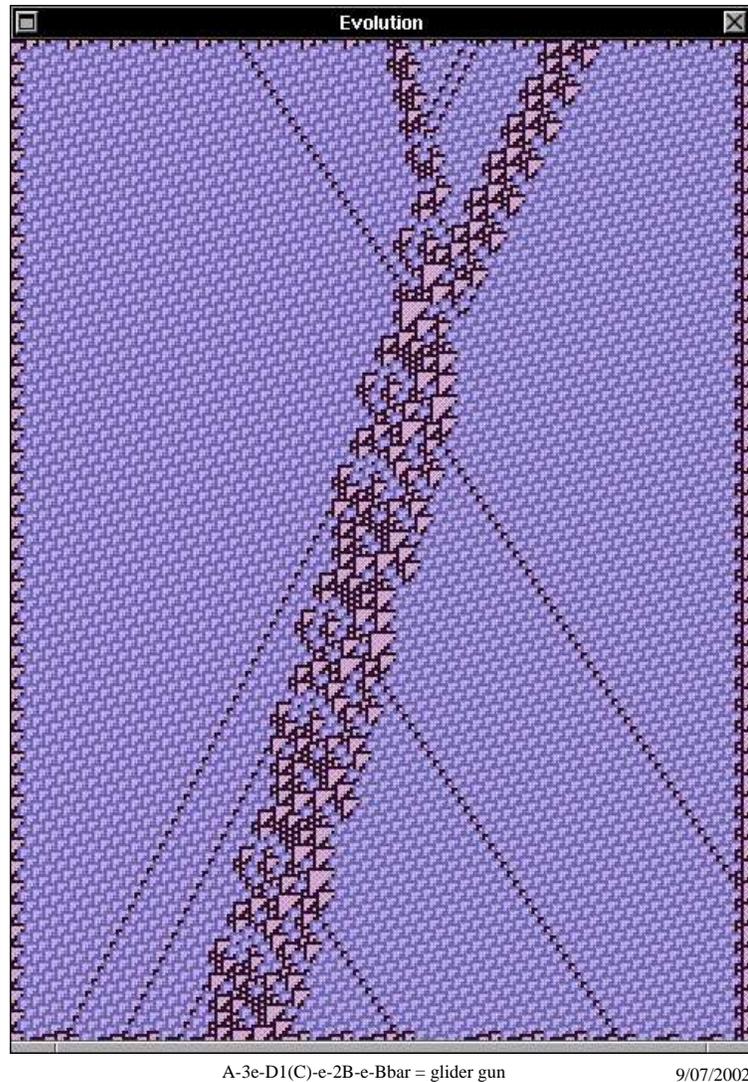


Figura 9: Produciendo glider gun

En la Figura 9 se ilustra la producción de un glider gun a través de un cuádruple choque entre un glider A, un glider D1, dos glider B's y un glider Bbar. La expresión para calcular este glider gun es: $A-3e-D1(C)-e-2B-e-Bbar$. En algunos casos como es en este ejemplo la alineación de la fase se ajusta para obtener lo que se desea, sin embargo debe ser posible usando su complemento.

El glider gun tiene su importancia para ilustrar crecimiento ilimitado en el espacio de evoluciones, como sucede en el Juego de la Vida de John Horton Conway [BCG82].

Otra característica que debe tener son configuraciones pertenecientes al Jardín del Edén [Moor56]. Una manera de obtener dichas secuencias es calculando el diagrama de subconjuntos [Mc99]. Se debe seguir alguna secuencia que vaya del estado máximo al estado mínimo, entonces esta secuencia forma una configuración que no es posible producir en el espacio de evoluciones, es decir, no tiene ancestros.

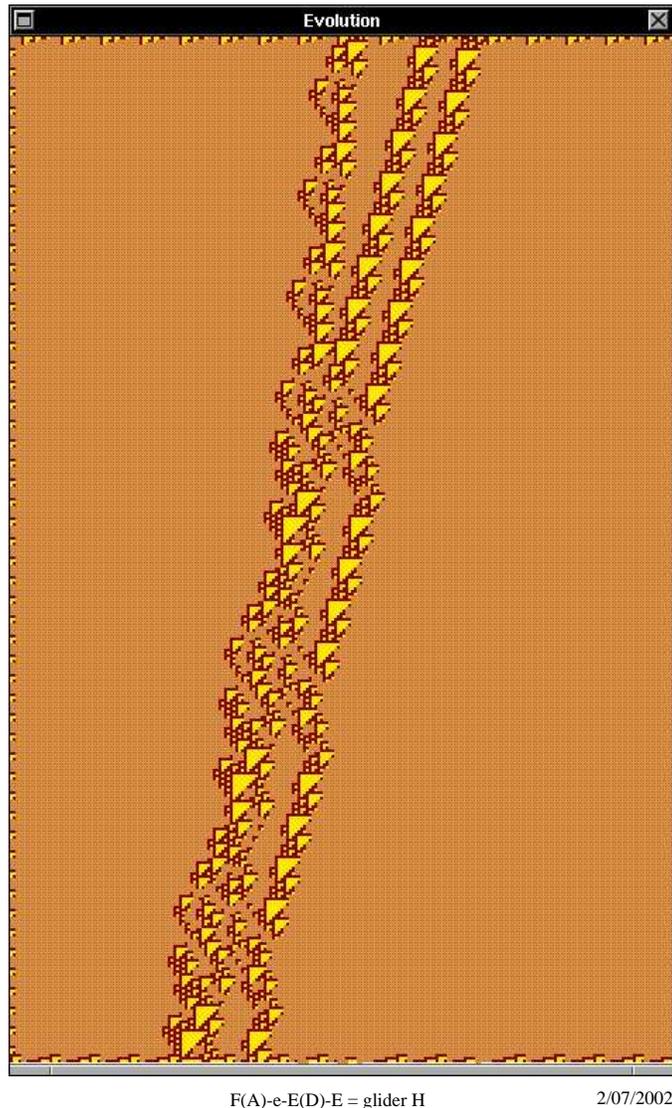
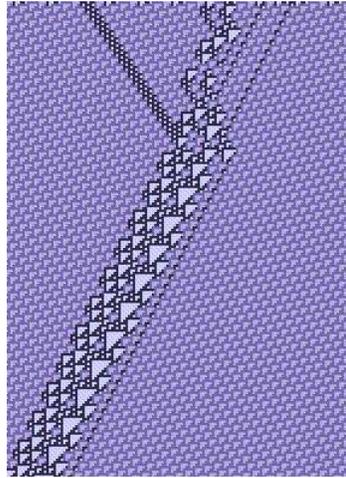


Figura 10: Produciendo glider H

En la Figura 10 se ilustra la producción de un glider H a través de un triple choque entre un glider F y dos gliders E's espaciados. La expresión para producir un glider H es: $F(A)-e-E(D)-E$. El glider F viene en fase uno despues se introduce una fase del ether para tener un espacio adecuado, se introduce un glider E en fase D y finalmente otro glider E en otra fase que puede ser alineada como su complemento.

El glider H es una composición complicada de choques internos como el glider gun, siendo cuidadosos en el análisis de la estructura del glider H se puede ver que la parte derecha esta

compuesta por un glider E, que es controlado con dos gliders A y una pequeña descomposición intermedia. Se indentifican fragmentos de los gliders F, Ebar y D.



4A-3e-Ebar(D)-B-B = glider Bbar8 (casi limpio) 2/07/2002

Figura 11: Produciendo glider Bbar8

En la Figura 11 se ilustra la producción de un glider Bbar8 con un choque cuádruple originado por la expresión: 4A-3e-Ebar(D)-B-B. Aunque el glider no es producido de manera limpia es lo más cercano que se ha encontrado hasta ahora.

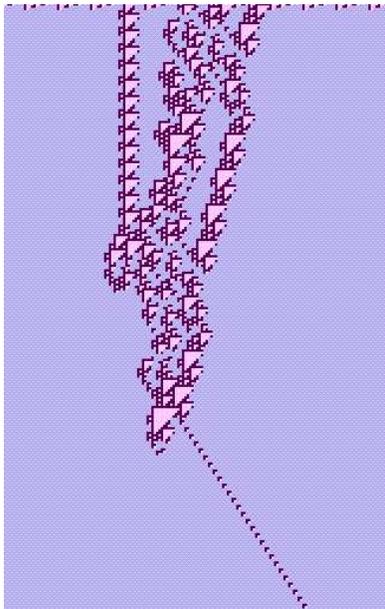


Figura 12: Produciendo glider A

En la Figura 12 se ilustra la producción de un glider A, la expresión para obtener esta evolución es C1(A)-e-H(E2). El choque entre el glider C1 contra un glider H cancela casi todo y deja al final un T1 viajando, este tipo de producciones son raras de encontrar aleatoriamente en el espacio de evoluciones, ya que por lo general se generan descomposiciones de largas transientes que van dejando varios gliders en el camino.

Se pueden obtener grupos de gliders a partir de choques binarios, un ejemplo es entre un glider A contra un glider Bbar(C) que produce 2Ebar's juntos, otro ejemplo es con la expresión A-e-Bbar8(A) que produce los gliders 2C3-C1 juntos.

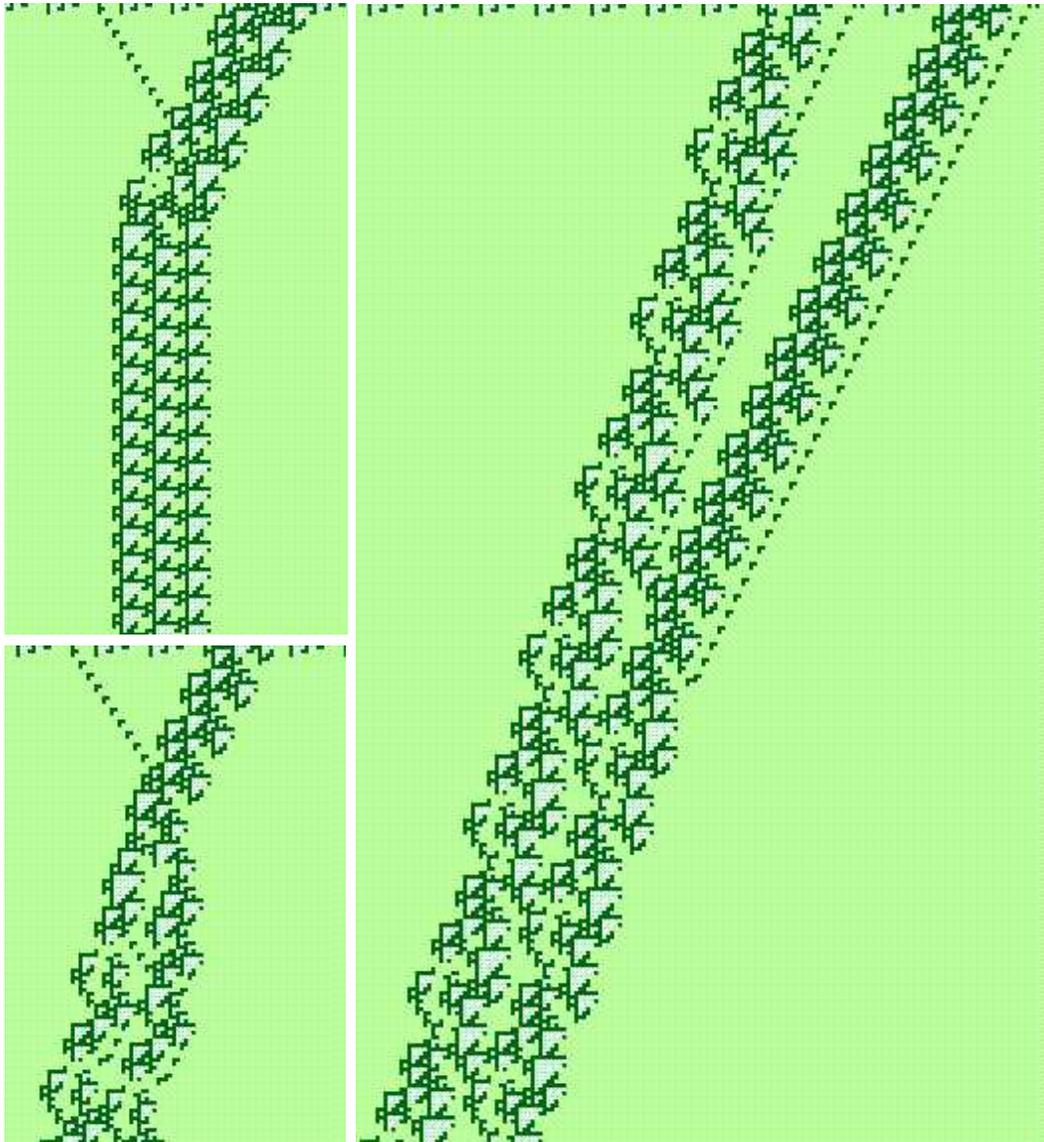


Figura 13: Produciendo grupos de gliders

En la Figura 13 se ilustran algunos de estos ejemplos, el tercer caso es un glider G2 que es extendible como el glider E y choca contra un glider Bbar, además un glider B extra es agregado para anular un glider A, este choque produce dos gliders G unidos. La expresión para calcular la última figura es $G(A)-B-e-Bbar(B)-B$.

Los gliders Bbar y Bbar8 son extensibles en su margen derecho, aunque más difíciles de encontrar. Estas extensiones son infinitas por esa razón el número de choques entre gliders es igualmente infinito. Algunos de estos choques han sido encontrados recientemente y talvés su reproducción no es tan depurada. Existen varios tipos de choques para generar estos gliders, en este caso solo se presentan uno de cada uno para ejemplificar el uso del sistema OSXLCAU21, más ejemplos pueden ser consultados en [Jua02a].

4.3 Produciendo triángulos grandes

McIntosh en [Mc00] realiza un estudio sobre el T_n más grande que puede existir en el espacio de evoluciones de la regla 110, estos triángulos no son fáciles de encontrar, en la Figura 14 se ilustra la producción de un T24 con la intervención de cinco gliders.

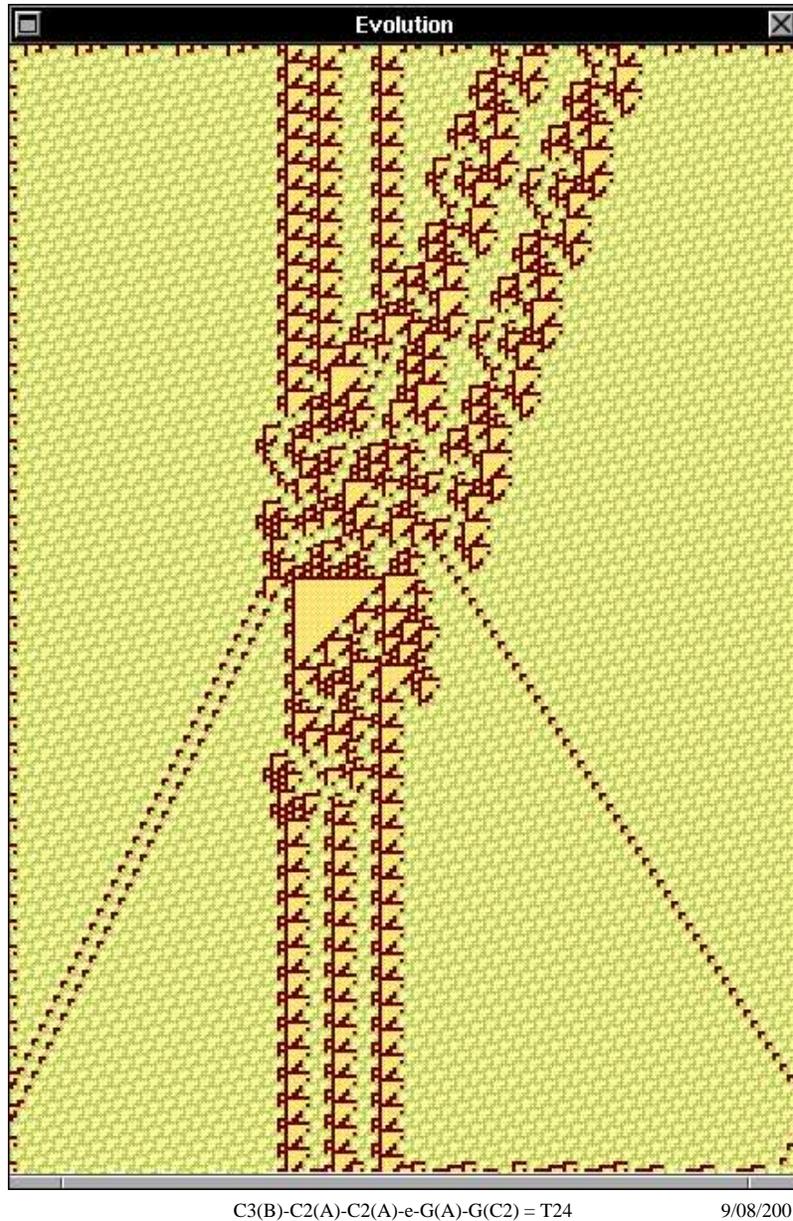
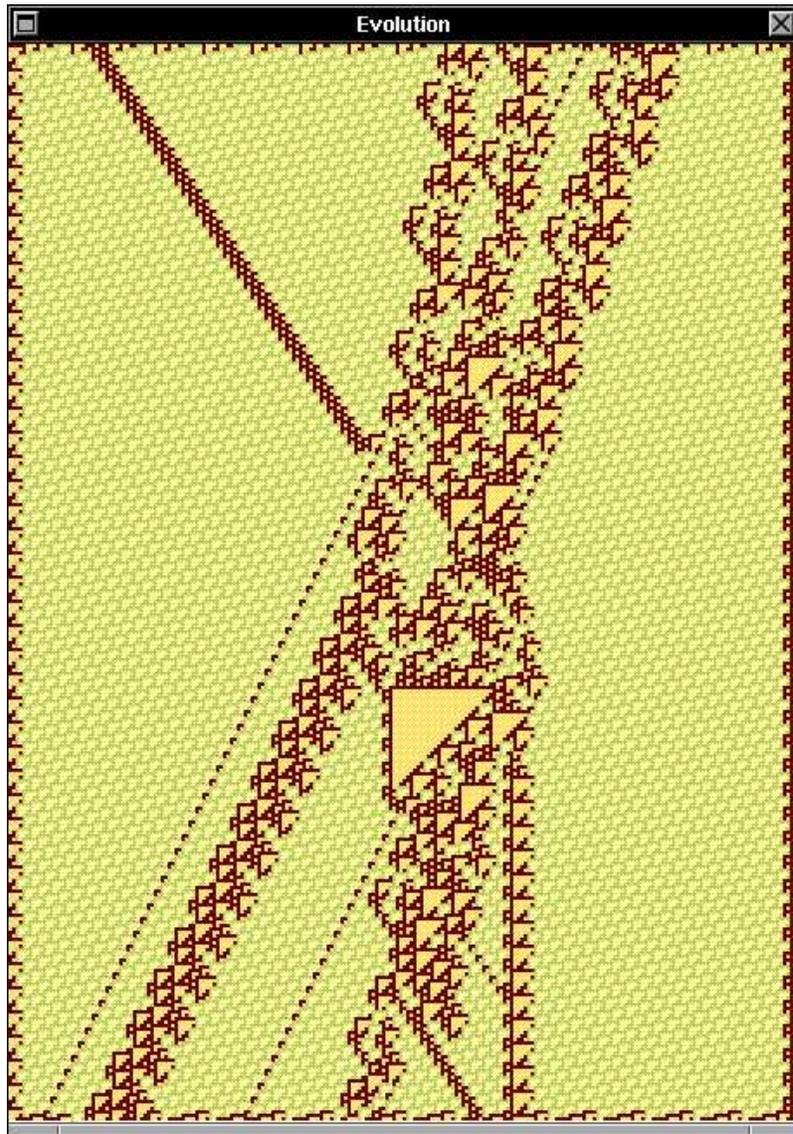


Figura 14: Produciendo triángulo T24

La configuración inicial esta formada por 323 células para 294 generaciones, la expresión que produce este T24 es: C3(B)-C2(A)-C2(A)-e-G(A)-G(C2), dejando como resultado la secuencia de gliders A, 2B, C2, C1 y C2 en orden de aparición.

Entre más grandes son los triángulos la probabilidad de encontrar alguno de ellos es muy baja, existen muchos casos donde el triángulo encontrado no es producto de un choque, más bien de una

descomposición al principio de la evolución. Es interesante ver cual es el triángulo más grande producido por un choque.



4A-6e-F(B)-F(G)-B-G(f3) = T29

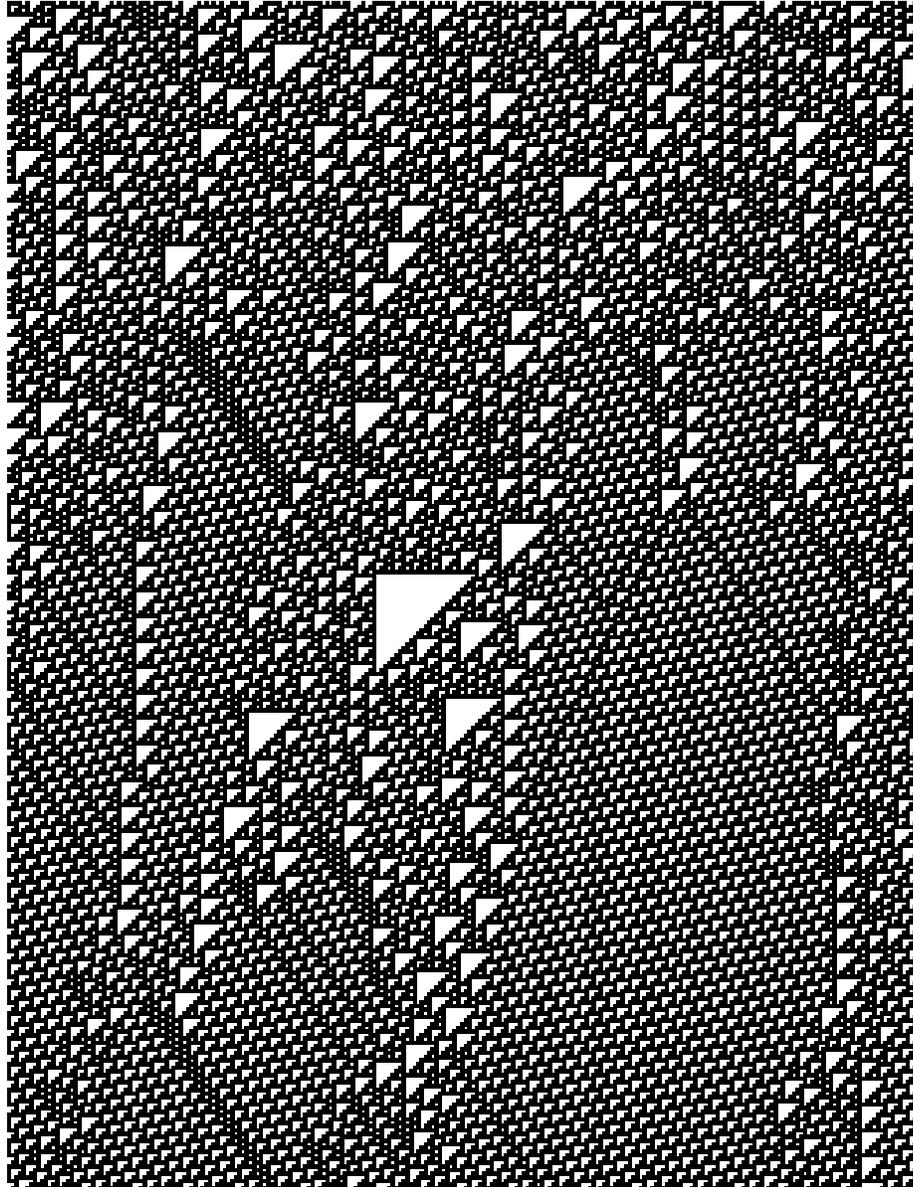
28/05/2002

Figura 15: Produciendo triángulo T29

En la Figura 15 se ilustra el cálculo de un T29 que es producto de 4A's que chocan con dos F's unidos, pero antes un glider B interviene con el segundo F y al final un glider G determina el margen derecho que produce el T29.

Algunos de estos triángulos fueron hallados por accidente una vez que se encontraba un nuevo T_n , al momento de efectuar el cálculo los errores producían otro T_n más grande o más chico, aunque en el mayor de los casos se descomponía toda la producción.

Un problema interesante es ver si estos triángulos grandes adecuadamente situados en el espacio de evoluciones, pueden construir un sistema complejo controlados por varios de ellos. En algunos casos estos triángulos T_n producen gliders de manera independiente o grupos de ellos.



En (157,6005) se encontro un T = 27.

14/05/2002

Figura 16: Encontrando triángulo T27

En la Figura 15 se ilustra el triángulo T27 este triángulo en particular es muy difícil de encontrar, el primer triángulo de este tamaño fue hallado por McIntosh [Mc00]. En la actualidad no se ha podido encontrar alguna evolución originada por un choque para reproducir el T27, los únicos casos encontrados son productos de descomposiciones en corto plazo.

El T27 más largo encontrado hasta ahora es en 157 generaciones, resulta verdaderamente complicado encontrarlo para más generaciones, los triángulos de mayor tamaño que se han podido obtener son del orden de los 40, este cálculo fue realizado buscando ancestros y llevado a cabo por J. C. Seck Tuoh Mora [Mc00].

4.4 Produciendo el tag cíclico

Una aplicación importante de las propiedades de las fases del ether, puede ser visto en el ejemplo del tag cíclico [Kol65]. La forma como son controlados los choques es realmente una labor de mucha paciencia, estos choques son precisos y como en muchos casos el cambio de una fase o bit descompone todo el sistema. El sistema es muy sensible para el choque que se desea obtener, una descripción con detalle que ilustra cada una de las partes de sistema tag puede consultarse en [Mc02].

El tag cíclico se muestra en tres partes, la primera construyendo el cuerpo principal originado por grupos de 4A's, la segunda con la parte periódica de Ebar's y C's, la última que borra los Ebar's con D's y A's. Empezamos con los grupos de A's que vienen del lado izquierdo, este grupo de A's tienen cuatro subfases que determinan una distancia en particular, cada una de estas fases estan representadas en la configuración inicial.

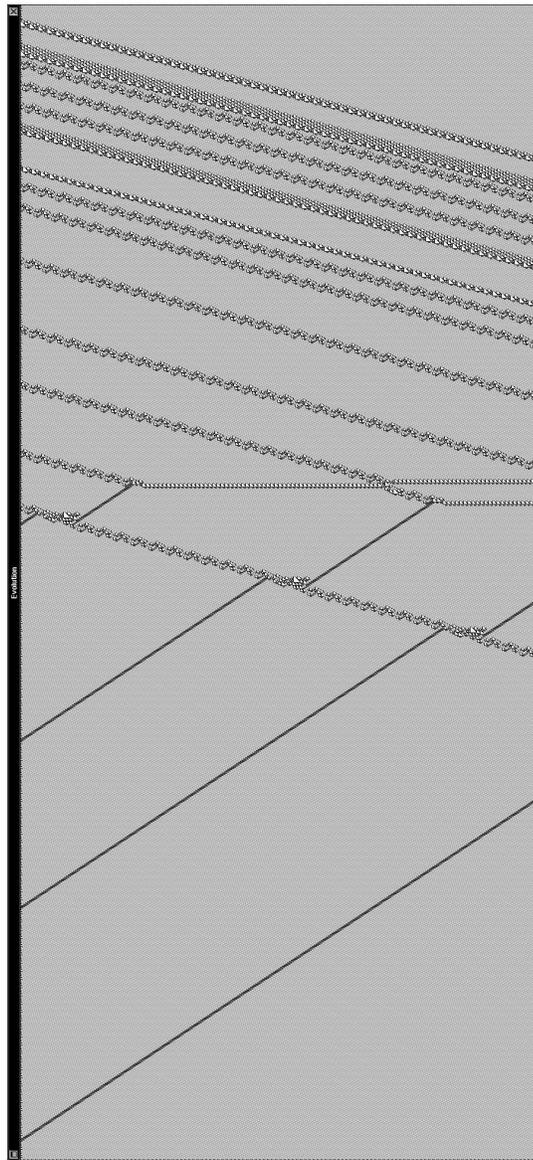


Figura 17: Configuración inicial del tag cíclico agrupando grupos de 4A's

En la Figura 17 se pueden ver los choques entre los primeros tres grupos de 4A's, estos atraviesan un glider Ebar(B) como solitones. El segundo Ebar(F) produce un C2 cuando choca con los 4A's, un tercer Ebar(H) pasa como solitón con el C2 y produce otro C2 con el siguiente grupo de 4A's.

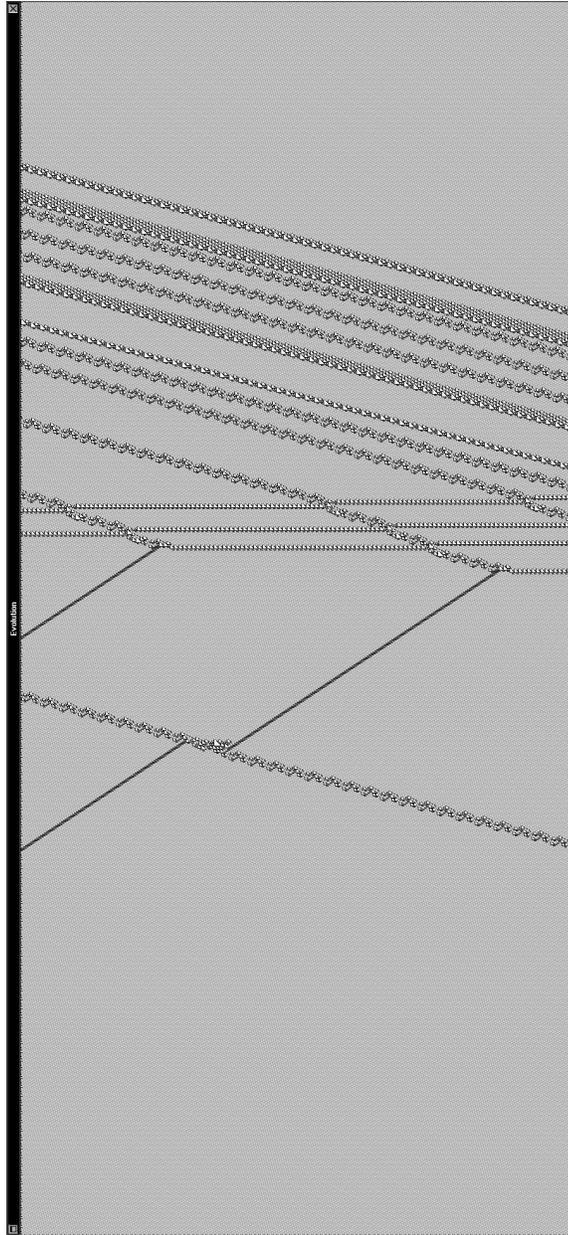


Figura 18: ... siguiendo con la evolución se finaliza la formación del grupo de C2's

En la Figura 18 un cuarto Ebar(-H) crea el tercer C2, en este caso se uso la fase complemento para obtener la distancia exacta, ya que de otra manera no es posible obtener el choque deseado. En esta evolución se pueden ver los cuatro C2 formados.

Las distancias del ether son agrupadas por números nones 27e, 19e, 25e, e, 5e, 7e, 5e y 7e ('e' significa una fase del ether). Estos números impares se conservan hasta el final de la configuración.

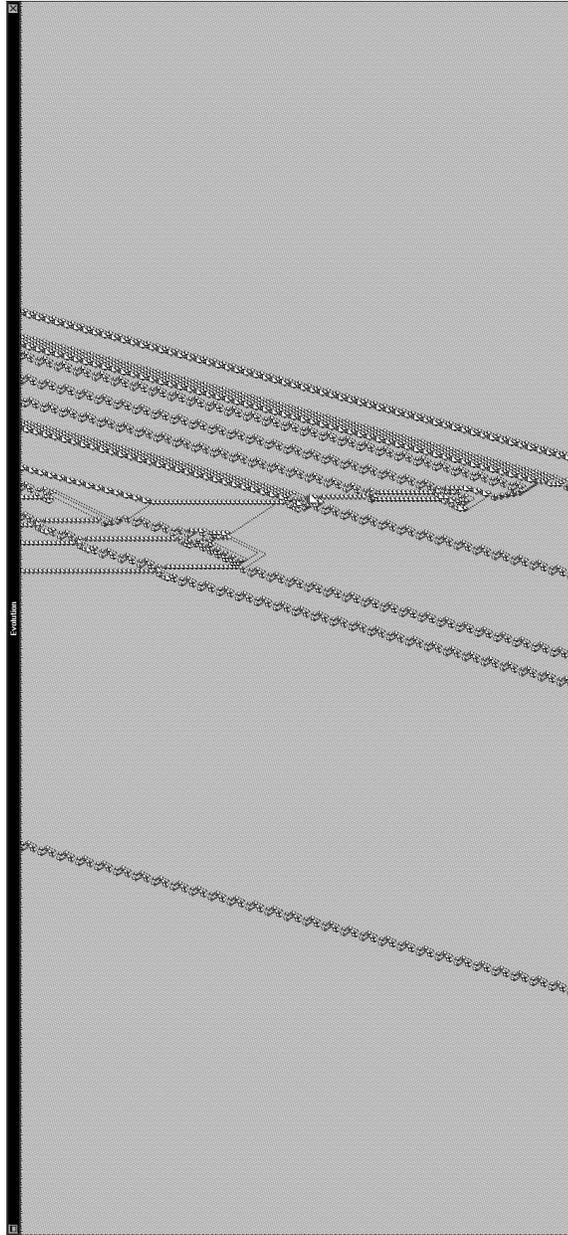


Figura 19: ... la tercera evolución muestra la parte inicial del período que se desea controlar

En la Figura 19 un sexto Ebar atraviesa los cuatro C2 acomodandolos, de manera que un séptimo Ebar produce un B y 2B's, que chocan con un C2 que produce un A y un Ebar que choca con otro C2 y produce un Bbar, 2B's y un A.

Despues el Bbar choca con el último C2 y produce un Ebar con 2A's que se cancelan con los dos B's anteriores. Regresando al primer A este choca con un E que produce un C3 que se convierte en C2 con el segundo A. Inmediatamente llega un E4 que se convierte en Ebar y C3, apareciendo un T14 en el choque.

El siguiente Ebar con el C3 produce dos C1's cancelando el Ebar, despues llega otro Ebar y produce un D1 que puede ser utilizado para cancelar Ebar's o seguir en la secuencia periódica de C3, C1's y Ebar's.

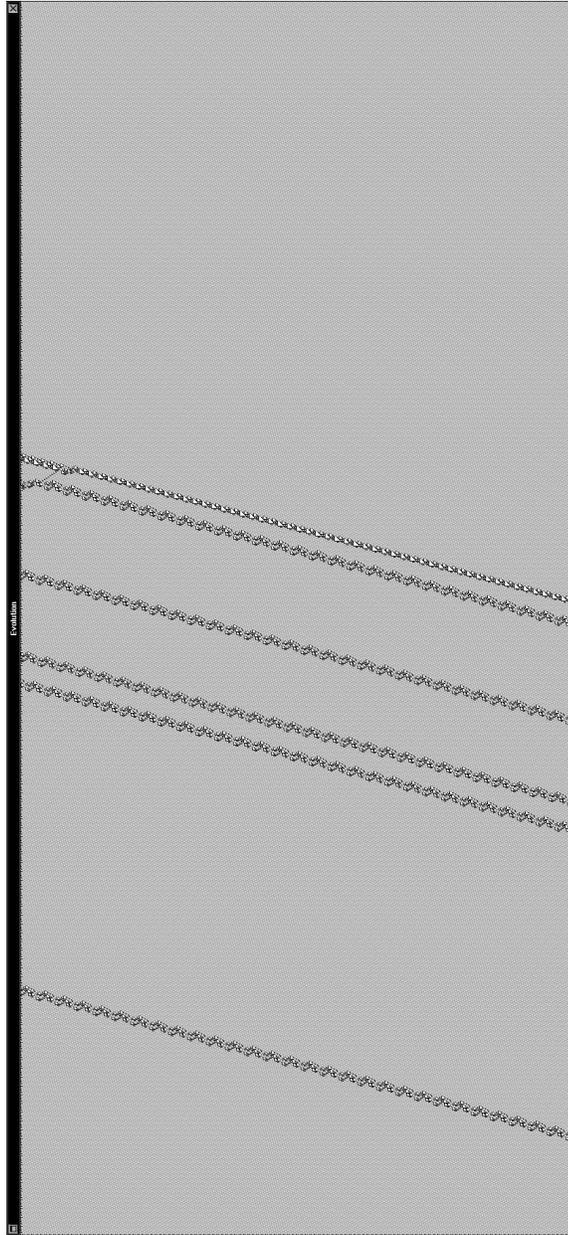


Figura 20: ... fin de la evolución dejando Ebar's que pueden ser utilizados por otro grupo de C2's

En la Figura 20 se muestra la parte final de la evolución, donde los 3A's que chocan con un E5 producen un Ebar y deja un A que transforma un E2 en E. Las dos partes cíclicas que pueden ser manejadas con C's o D's puede ser inicializadas desde el grupo de C2 que se forman.

La configuración inicial del sistema es: A(4)-27e-A(3)-19e-4A(2)-25e-4A(1)-e-Ebar(B)-5e-Ebar(F)-7e-Ebar(H)-5e-Ebar(-H)-7e-Ebar(B)-5e-Ebar(F)-e-Ebar(D)-e-E(D)-3e-E4(B)-e-Ebar(B)-e-Ebar(C)-e-Ebar(D)-E5(A)-e-E2(A).

Esto puede ser visto como el cuerpo principal de un gran ciclo, acomodando la fase de los Ebar's y controlando la parte cíclica que se desea generar, la configuración inicial esta formada por 1972 células en 3496 generaciones.

Entonces el sistema tag cíclico puede ser construido alineandose con las fases del ether y de esta manera ofrecer un camino para su construcción aunque no muy fina.

La segunda parte es definida por el ciclo formado entre los glider's C3, Ebar, 2C1's y 2Ebar's como se ilustra en la Figura 21.

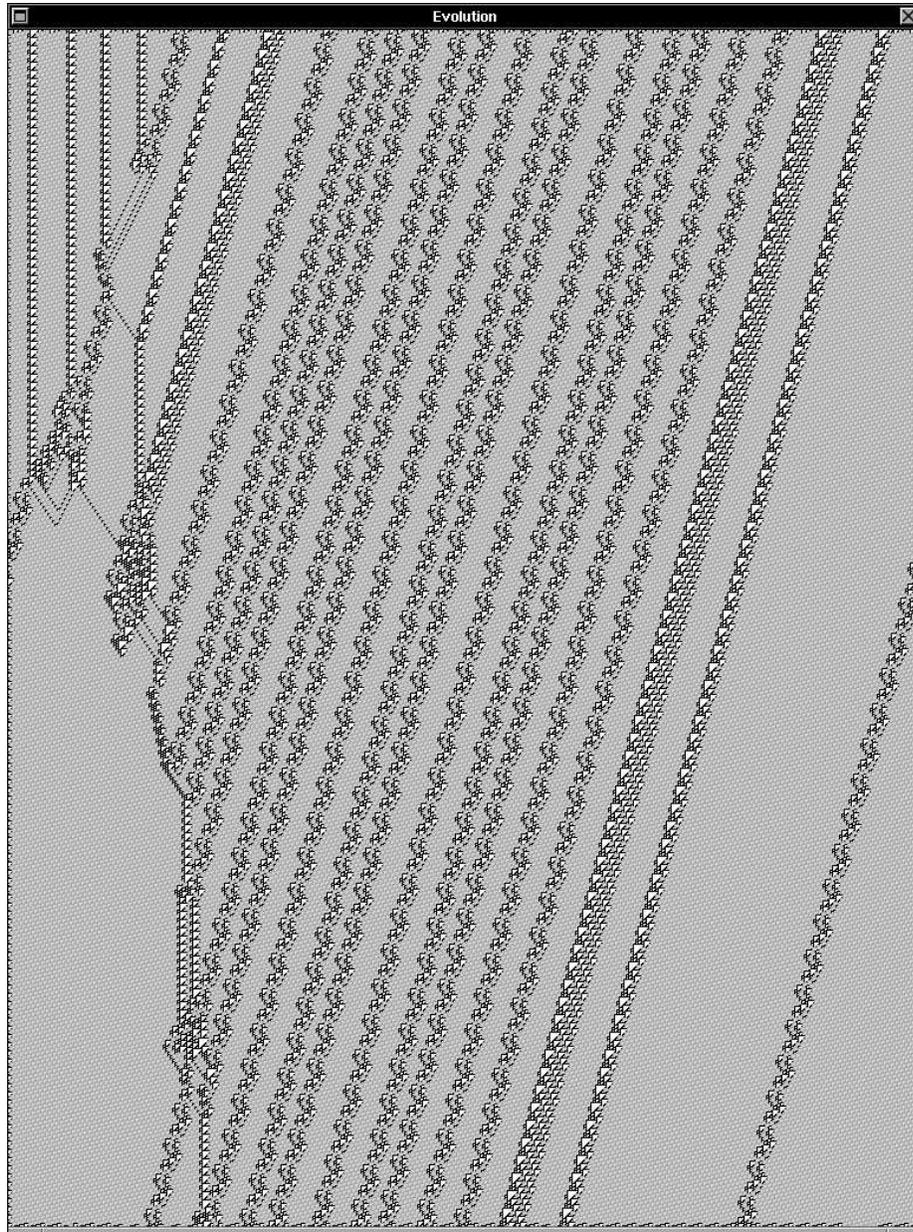


Figura 21: El grupo de C2's con valor uno produce un C3 que borra Ebar's

En este caso extendemos la parte periódica para mostrar el manejo de fases entre los gliders, encontrando que el período de fases empieza a partir del octavo Ebar.



Figura 22: ... fin de la evolución de la figura anterior

En la Figura 22 se ilustra la parte final del proceso que es igual al del ejemplo anterior. La configuración inicial es: C2(A)-e-C2(B)-e-C2(A)-e-C2(A)-e-Ebar(C)-e-E(B)-e-E4(-B)-2e-Ebar(A)-e-Ebar(B)-Ebar(C)-Ebar(D)-e-Ebar(B)-Ebar(D)-e-Ebar(B)-e-Ebar(H)-Ebar(B)-e-Ebar(D)-e-Ebar(B)-Ebar(D)-e-Ebar(B)-e-Ebar(H)-e-E5(A)-e-E2(A).

Una cuestión interesante es como llegaron Wolfram y Cook a este tipo de análisis. Las distancias y las fases de los gliders tienen una precisión sorprendentemente sincronizada, revizandó algunas combinaciones en algunos casos es única la producción que se puede obtener. Por lo tanto la probabilidad de obtener estos choques sincronizados es muy baja, de hecho las probabilidades en este tipo de análisis no sirven de mucho.

El tercer caso es donde se borran los Ebar's con un D1 y grupos de 3A's como se ilustra en la Figura 23.

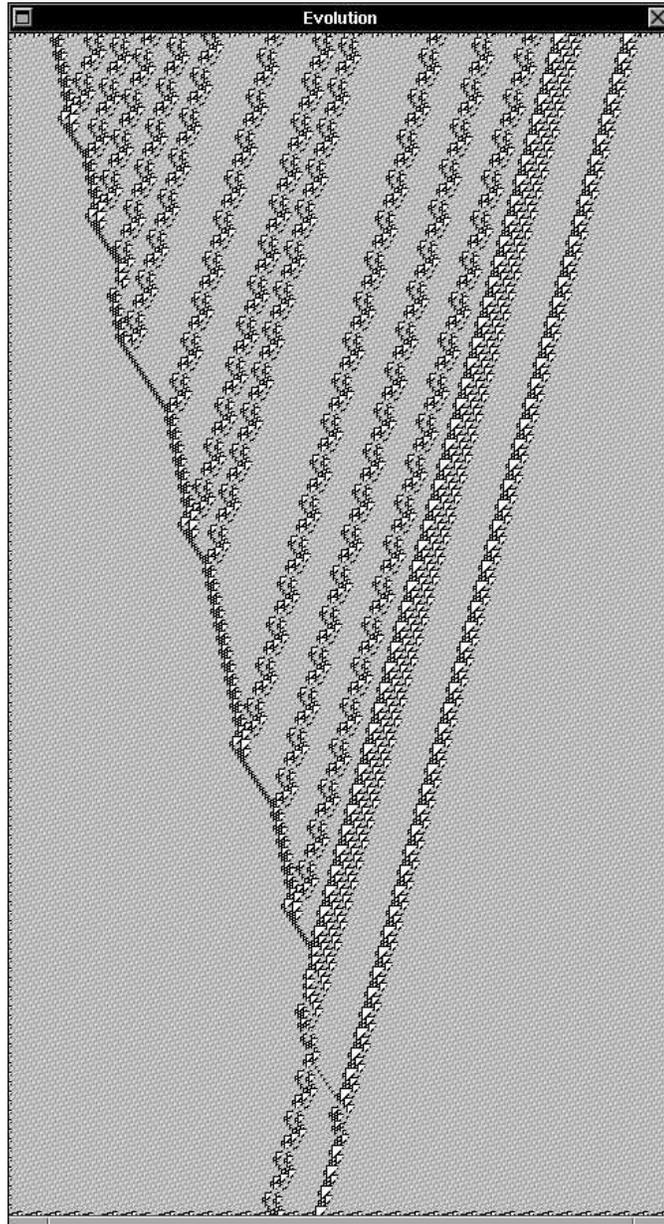


Figura 23: Borrando Ebar's con los gliders D1 y 3A's

En la Figura 23 se ilustra como se borran los Ebar's finalizando del mismo modo que los ejemplos anteriores. La configuración inicial es: D1(A)-e-Ebar(D)-Ebar(C)-Ebar(A)-Ebar(C)-Ebar(E)-2e-Ebar(A)-e-Ebar(D)-Ebar(C)-3e-Ebar(A)-e-Ebar(C)-e-Ebar(A)-E5(A)-e-E2(A), el anillo inicial esta formado por 488 células en 846 evoluciones.

Revizando algunos choques esta parte cíclica puede ser reproducida con un D2 y 2A's, obteniendo el mismo fenómeno que con un D1 y 3A's como se ilustra en la Figura 24.

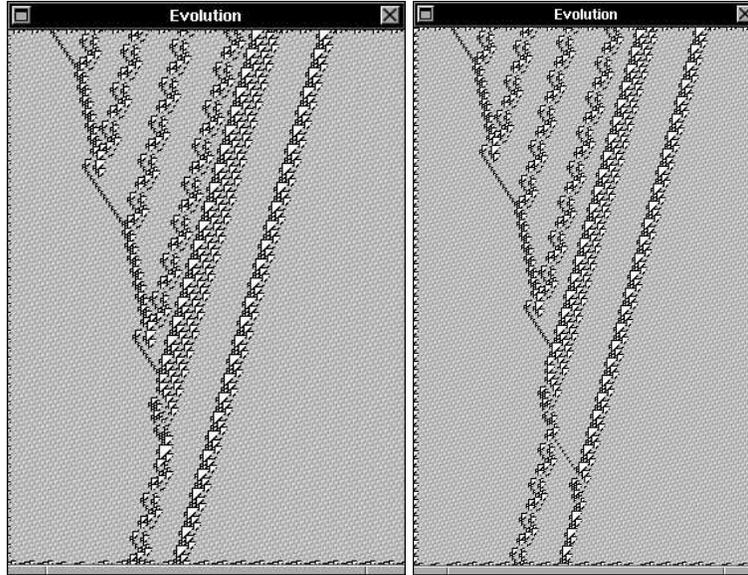


Figura 24: Borrando Ebar's con D2 y 2A's

Nótese que en la primera figura se puede eliminar el glider A que transforma el E2 en E agregando un T5 al E_{n+1} . La configuración inicial que no deja pasar un A es: $2A-e-Ebar(C)-e-Ebar(A)-e-Ebar(B)-e-Ebar(E)-5E(A)-2e-2E(A)$. En la segunda figura se puede producir la parte final como lo presenta Wolfram, la configuración inicial es: $2A-e-Ebar(C)-e-Ebar(A)-e-Ebar(B)-e-Ebar(E)-4E(A)-2e-2E(A)$.

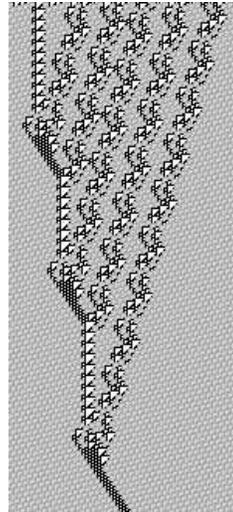


Figura 25: Borrando Ebar's con C1 y 5A's

En la Figura 25 se ilustra otro caso en que se pueden borrar gliders Ebar's, este proceso es logrado dejando un glider C1 que al chocar con un glider Ebar produce un grupo de 5A's y el proceso puede seguir indefinidamente. La expresión inicial es: $C1(A)-e-Ebar(C)-Ebar(D)-Ebar(B)-Ebar(C)-Ebar(E)$.

El control de los choques debe ser cuidadosamente construida, entonces se tiene un problema de infinitud, en el sentido de que grupos de gliders pueden ser formados o extensiones de ellos pueden ser creados.

5 El sistema OSXLCAU21

El sistema OSXLCAU21 surge con la necesidad de un estudio más detallado para la regla 110, este sistema es codificado en C-Objetivo y actualmente se encuentra disponible para los sistemas OpenStep y Mac OS X.



Figura 26: Sistema OSXLCAU21

El programa en realidad es de elaboración sencilla, se introdujeron las fases de cada uno de los gliders y con esto se puede controlar la configuración inicial cuando se introducen las fragmentos de configuraciones.

Se describe brevemente las partes del programa, pues su manejo es muy sencillo y rápido de aplicar.

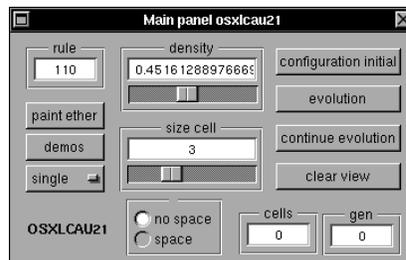


Figura 27: Panel principal

El panel principal ilustrado en la Figura 27 muestra algunas de las opciones que pueden ser utilizadas. La regla de evolución puede ser introducida directamente en el TextField 'rule', el programa es de orden (2,1) y es posible visualizar las 256 reglas de evolución.

Se tiene un Slider que define la densidad de la configuración inicial el rango es de 0 a 1, sin embargo si se desea introducir un valor en particular es posible editandolo directamente en el TextField 'density'.

El otro Slider 'size cell' permite manipular el tamaño de la célula el rango es de 1 a 10, los RadioButton que se encuentran abajo permiten crear un espacio entre células en el espacio de evoluciones, a veces resulta útil este modo ya que permite identificar con más claridad la posición o cantidad de células en ciertas regiones.

El Button 'paint ether' colorea el ether una vez que se tiene la evolución calculada, el botón 'configuration initial' introduce una configuración inicial aleatoria con la densidad que se tiene en ese momento. El botón 'evolution' realiza la evolución que se ilustra en el ventana 'Evolution', el botón 'continue evolution' captura la última línea calculada y continua con la siguiente pantalla de evolución.

El botón 'clear view' limpia el área gráfica y el arreglo hasta ese momento calculado, el campo de texto 'cells' muestra la cantidad de células en la configuración inicial, el campo de texto 'gen' indica el número de generaciones calculadas hasta ese momento.

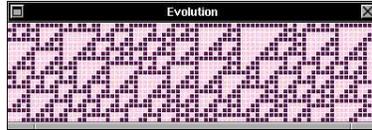


Figura 28: Espacio de evoluciones

El espacio de evoluciones ilustrado en la Figura 28 puede ser alterado en su tamaño, la ventana es redimensionable al tamaño que se desee.

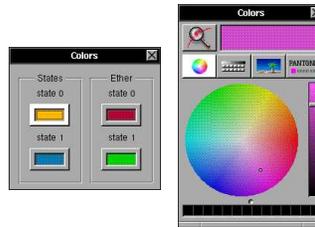


Figura 29: Panel's de colores

Los colores para los estados del autómata pueden ser controlados con el panel 'Colors', en este panel es posible manipular los colores del ether para obtener una buena visualización de estructuras o para fines artísticos en un momento dado. Los colores son alterados con un click del ratón en la orilla de los posos de colores, esta acción invoca el panel de colores como se observa en la Figura 29.

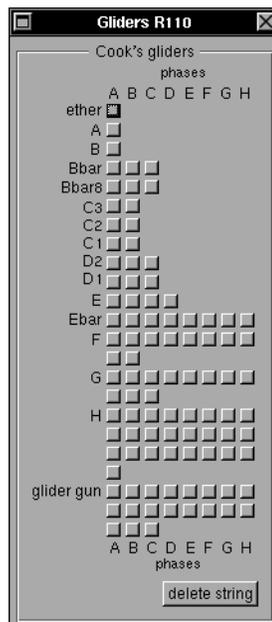


Figura 30: Panel de las fases de los gliders

La característica principal de este programa es el panel de fases de los gliders de la regla 110 como se ilustra en la Figura 30. Si se desea introducir una fase en particular, solo hay que dar un click en el botón deseado y este fragmento de configuración se muestra en el panel 'Evolution'.

En algunas ocasiones al momento de introducir la configuración se puede equivocarse la fase que es introducida, para este problema se creó un botón 'delete string' que borra la última configuración introducida.

Esta lista de gliders se basa en los resultados de Cook, esto no quiere decir que sean todos los gliders que pudieran existir en la regla 110.

Al momento de experimentar la construcción de ciertas configuraciones en particular, se tuvieron que definir cadenas que tenían que ser manipuladas de manera precisa. Entonces el panel de gliders no podía obtener este control, para resolver este problema se creó una pequeña consola capaz de recibir una cadena en particular y asignarla a la configuración inicial.

En la Figura 31 se ilustra la consola de cadenas, su forma es muy simple pero su utilidad muy práctica. Se introduce la cadena que se desea en el TextField, ésta puede soportar hasta 250 elementos. Una vez que se tiene la cadena a introducir se presiona el botón 'set string' y en la parte de abajo se muestra la cadena que es introducida, en realidad es para comprobar que haya sido bien leída y al momento de presionar el botón automáticamente se gráfica en el espacio de evoluciones.

Si la cadena introducida no es la que se desea por alguna razón, se regresa al panel de gliders y se borra la cadena con el botón 'delete string'.

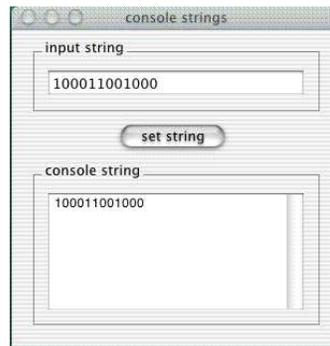


Figura 31: Panel de cadenas

Una primera versión del programa fue implementar todas las fases que tienen los gliders, esto provocó un panel suficientemente grande consumiendo una buena parte en la memoria RAM, como se ilustra en la Figura 32.

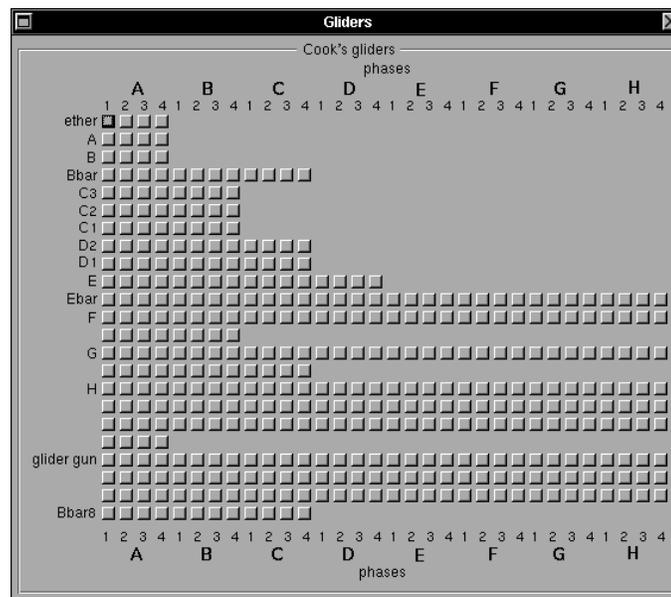


Figura 32: Panel de las fases de los gliders extendido

Esta versión fue descartada ya que las cuatro fases son equivalente al momento que se conserva una alineación, sin embargo pudiera ser interesante si se desean combinar fases y esto implicaría que el número de combinaciones a construir crecería en un factor de cuatro.

El control de ventanas se realiza desde el menú de la aplicación, de esta manera es posible invocar la ventana que se desea en un momento dado, tal como se ilustra en la Figura 33.

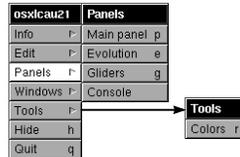


Figura 33: Panel menú

El sistema OSXLCAU21 aún tiene varias limitantes, como es controlar la evolución y pararla en el momento que se desee, crear un BrowserView que permita el manejo de evoluciones de mayores dimensiones, editar directamente en el espacio de evoluciones alguna configuración deseada, crear un modo de visualización zoom-in y zoom-out, introducir herramientas de análisis de teoría de gráficas, probabilísticas, estadísticas y matriciales.

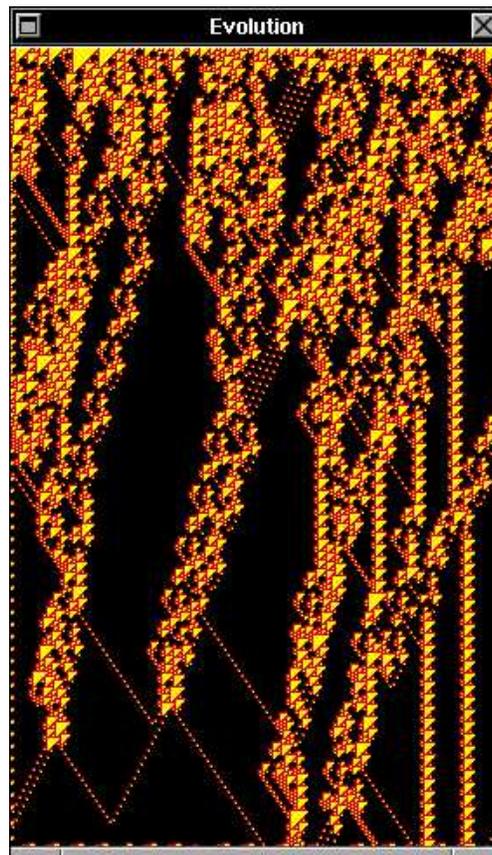


Figura 34: Espacio de evoluciones

Finalmente el estudio de la regla 110 es lo suficientemente complejo y ofrece una amplia variedad de análisis, posteriormente tratar de realizar una formalización de dichos resultados y proyectarla a otros autómatas celulares que presenten comportamientos similares.

Agradecimientos

A los profesores Harold V. McIntosh, Sergio V. Chapa Vegara y Juan Carlos Seck Tuoh Mora por su asesoría y apoyo. En especial al apoyo otorgado por el Departamento de Aplicación de Microcomputadoras de la UAP; al Departamento de Ingeniería Eléctrica, Sección Computación, CINVESTAV-IPN y al apoyo de CONACyT con número de registro 139509.

Referencias

- [BCG82] Elwyn R. Berlekamp, John H. Conway and Richard K. Guy, *Winning Ways for your Mathematical Plays*, Academic Press, 1982 (ISBN 0-12-091152-3) vol. 2, chapter 25.
- [Cook99] Matthew Cook, “Introduction to the activity of rule 110” (copyright 1994-1998 Matthew Cook), <http://w3.datanet.hu/~cook/Workshop/CellAut/Elementary/Rule110/110pics.html>, January 1999.
- [GS82] Branko Grünbaum and G. C. Shephard, *Tilings and Patterns*, W. H. Freeman and Company, New York 1987 (ISBN 0-7167-1193-1).
- [HSC01] Wim Hordijk, Cosma Rohilla Shalizi and James P. Crutchfield, “Upper Bound on the Products of Particle Interactions in Cellular Automata”, *Physica D* **154**, 240-258, 2001.
- [JSS01] Mariusz H. Jakubowski, Ken Steiglitz and Richard Squier, “Computing with Solitons: A Review and Prospectus”, *Multiple-Valued Logic*, Special Issue on Collision-Based Computing, vol. 6, Numbers 5-6, 2001 (ISSN 1023-6627).
- [JM01] Genaro Juárez Martínez and Harold V. McIntosh, “ATLAS: Collisions of gliders like phases of ether in rule 110”, <http://delta.cs.cinvestav.mx/~mcintosh>, August 2001.
- [JMS02] Genaro Juárez Martínez, Harold V. McIntosh y Juan Carlos Seck Tuoh Mora, “Estructuras periódicas cubriendo el espacio de evoluciones en el autómata celular unidimensional regla 110”, <http://delta.cs.cinvestav.mx/~mcintosh>, Abril 8, 2002.
- [Jua01] Genaro Juárez Martínez, “Margenes periódicos en la regla 110 con correspondencia biyectiva en estructuras periódicas que definen puntos de contacto y velocidad máxima”, <http://delta.cs.cinvestav.mx/~mcintosh>, Octubre 23, 2001.
- [Jua02] Genaro Juárez Martínez, “Solitones en el autómata celular unidimensional regla 110”, <http://delta.cs.cinvestav.mx/~mcintosh>, Abril 8, 2002.
- [Jua02a] Genaro Juárez Martínez, “Produciendo gliders a través de choques en la regla 110”, *en preparación*.
- [Kol65] William Kolakoski, “Problem 5304: Generating Runs”, *Amer. Math. Monthly* **72**, 674, 1965; and *Amer. Math. Monthly* **73**, 682, 1966.
- [LN92] Wentian Li and Mats G. Nordahl, “Transient behavior of cellular automaton rule 110”, *Physics Letters A* **166**, 335-339, (1992).
- [Mess62] Albert Messiah, *Mecánica Cuántica*, Tomo I, Editorial Tecnos, Madrid, 1962.
- [Mc99] Harold V. McIntosh, “Rule 110 as it relates to the presence of gliders”, <http://delta.cs.cinvestav.mx/~mcintosh>, January 1999.
- [Mc00] Harold V. McIntosh, “A Concordance for Rule 110”, <http://delta.cs.cinvestav.mx/~mcintosh>, April 2000.

- [Mc02] Harold V. McIntosh, "Rule 110 Is Universal!", <http://delta.cs.cinvestav.mx/~mcintosh>, June 30, 2002.
- [Moor56] Edward F. Moore, *Gedanken Experiments on Secuencial Machines*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1956.
- [Wolf84] Stephen Wolfram, "Universality and complexity in cellular automata", *Physica D* **10**, 1-35, 1984.
- [Wolf86] Stephen Wolfram, *Theory and Aplications of Cellular Automata*, World Scientific Press, Singapore, 1986.
- [Wolf02] Stephen Wolfram, *A New Kind of Science*, Wolfram Media, Inc., Champaign, Illinois, 2002 (ISBN 1-57955-008-8).
- [Osx01] Programa "OSXLCAU21" disponible en los sistemas OpenStep y Mac OS X, viable de manera gratuita en <http://delta.cs.cinvestav.mx/~mcintosh/comun/s2001/s2001.html>, Agosto 2001.