

## TAREA 3

### GEOMETRÍA COMPUTACIONAL 2024.

Las respuestas a esta tarea deberán entregarse el viernes 29 de noviembre. Discutiremos tus avances durante las horas de oficina o después de clase.

- (1) En este problema construirás un  $kd$ -tree. Elige un conjunto de puntos  $y$ , usando el algoritmo que vimos en clase, construye el  $kd$ -tree asociado a dicho conjunto. Una vez que hayas construido el árbol, elige algún rectángulo  $R$  y muestra la ejecución del algoritmo SearchKDTree para dicho rango.
- (2) En el algoritmo para construir un  $kd$ -tree es necesario construir los subconjuntos  $P_1$  y  $P_2$ , definidos por la mediana en  $x$  si el nivel es par o por la mediana en  $y$  si el nivel es impar. Los algoritmos para encontrar medianas son bastante complicados de implementar. Sin embargo, los subconjuntos se pueden calcular fácilmente si se usan listas ordenadas. Diseña un algoritmo que reciba como entrada dos listas ligadas ordenadas y un entero. Las listas representan el orden en  $x$  y el orden en  $y$ . Tu algoritmo deberá calcular la mediana en  $x$  si el nivel es par, o la mediana en  $y$  si el nivel es impar, y devolver como salida las dos listas ordenadas subsecuentes, es decir, para la siguiente llamada recursiva. Tu algoritmo debe tener complejidad lineal.
- (3) En clase hablamos del tipo de problemas *range counting queries*, es decir, problemas en los cuales lo que nos interesa es contar el número de puntos que cae en un determinado rango, y no en devolver todos los puntos que caen en dicho rango. Para este tipo de problemas deseamos evitar tener el factor  $O(k)$  al reportar los árboles negros.
  - Describe cómo adaptar un  $1d$ -tree para resolver queries de tipo conteo. Modifica los algoritmos de construcción y consulta como se requiera. Analiza la complejidad de los algoritmos.
  - Describe cómo adaptar un range tree 2-dimensional para resolver queries de tipo conteo. Modifica los algoritmos de construcción y consulta como se requiera. Los queries deberán responderse en tiempo  $O(\log^2 n)$ .