Background

Dolores Lara.

Geometría Computacional.

Departamento de Computación, Cinvestav

Complejidad algorítmica

Complejidad algorítmica

- La importancia de los modelos teóricos.

- Para definir un modelo de computación es esencial determinar unidades de tiempo y espacio.

Complejidad algorítmica

- Para definir un modelo de computación es esencial determinar unidades de tiempo y espacio.
    - Unidades de espacio: definen qué tipo de variables puede contener **una** celda de memoria. Variables elementales o tipos elementales.

Complejidad algorítmica

- Para definir un modelo de computación es esencial determinar unidades de tiempo y espacio.
  - Unidades de espacio: definen qué tipo de variables puede contener una celda de memoria. Variables elementales o tipos elementales.
  - Una unidad de tiempo realiza una operación elemental.

Complejidad algorítmica

- La complejidad temporal (time complexity) de un algoritmo es pues el número de operaciones elementales que tienen que realizarse para ejecutar el algoritmo.

Complejidad algorítmica

- La complejidad temporal (time complexity) de un algoritmo es pues el número de operaciones elementales que tienen que realizarse para ejecutar el algoritmo.
- La complejidad espacial (spatial complexity) de un algoritmo describe el número de unidades de memoria que se requieren para almacenar los datos para ejecutar el algoritmo.

El modelo real RAM

El modelo utilizado en el área de Geometría Computacional es el llamado modelo real RAM.

El modelo real RAM

Unidades de memoria: cada unidad de memoria almacena la representación de un número real. Acceder a una unidad de memoria toma tiempo constante, independientemente de la dirección particular de la unidad que se desea leer.

Operaciones elementales:

El modelo real RAM

Unidades de memoria: cada unidad de memoria almacena la representación de un número real. Acceder a una unidad de memoria toma tiempo constante, independientemente de la dirección particular de la unidad que se desea leer.

Operaciones elementales:

El modelo real RAM

Unidades de memoria: cada unidad de memoria almacena la representación de un número real. Acceder a una unidad de memoria toma tiempo constante, independientemente de la dirección particular de la unidad que se desea leer.

Operaciones elementales:

- La comparación de dos números reales

El modelo real RAM

Unidades de memoria: cada unidad de memoria almacena la representación de un número real. Acceder a una unidad de memoria toma tiempo constante, independientemente de la dirección particular de la unidad que se desea leer.

Operaciones elementales:

- La comparación de dos números reales
- Las cuatro operaciones aritméticas $(+, -, *, /)$

El modelo real RAM

Unidades de memoria: cada unidad de memoria almacena la representación de un número real. Acceder a una unidad de memoria toma tiempo constante, independientemente de la dirección particular de la unidad que se desea leer.
Operaciones elementales:

- Otras operaciones como logs, exps, piso, techo, etc, no se agregan por defecto al modelo aunque sí se hace en algunas ocaciones. Es necesario especificar cuando esto ocurre. Agregar estas operaciones hacen el modelo poco realista. Por ejemplo, agregar piso, techo y módulo le otorga el poder computacional de resolver problemas PSPACE-complete en tiempo polinomial.

Objetos geométricos básicos

Objetos geométricos básicos

Nos ocuparemos del espacio Euclideano d dimensional, $\mathbb{R}^d$, principalmente para valores pequeños de d, $d = 1, 2, 3$.

Nos ocuparemos del espacio Euclideano d dimensional, $\mathbb{R}^d$, principalmente para valores pequeños de d, $d = 1, 2, 3$.
Los objetos básicos en dos dimensiones son los siguientes:

- **Puntos.** Los describiremos usando sus coordenadas cartesianas: $p = (x, y), q = (x, y, z)$.

Objetos geométricos básicos

Nos ocuparemos del espacio Euclideano d dimensional, $\mathbb{R}^d$, principalmente para valores pequeños de d, $d = 1, 2, 3$.
Los objetos básicos en dos dimensiones son los siguientes:

- **Rectas.** Una recta es un subespacio afín de dimensión uno. Se puede describir usando dos puntos p y q, como el conjunto de todos los puntos r que satisfacen $r = p + \lambda(q - p)$, para alguna $\lambda \in \mathbb{R}$.
  - Cada par de puntos pertenece a exactamente una recta.
  - Una recta en $\mathbb{R}^2$ contiene una cantidad infinita de puntos,
  - y por lo tanto podría ocurrir que una colección de tres o más puntos esté en una misma recta.
  - Llamamos a esta colección *puntos colineales.*

Objetos geométricos básicos

- **Rayos.** Si a una recta le quitamos un punto, descomponemos la recta en dos partes. Cada parte es un rayo.

- Rayos. Si a una recta le quitamos un punto, descomponemos la recta en dos partes. Cada parte es un rayo. Se puede describir usando dos puntos p y q, donde p es el punto inicial, como el conjunto de todos los puntos r que satisfacen $r = p + \lambda(q - p)$, para alguna $\lambda \geq 0$.

- **Segmentos de recta.** Es un subconjunto de una recta que está acodado por dos puntos distintos y contiene cada punto en la línea que está entre sus extremos. Se puede describir usando dos puntos p y q, donde p es el punto inicial, como el conjunto de todos los puntos r que satisfacen $r = p + \lambda(q - p)$, para alguna $\lambda \in [0, 1]$.

Objetos geométricos básicos

- **Esferas y bolas.**

Objetos geométricos básicos

- Esferas y bolas.
  - **Una esfera** es el conjunto de todos los puntos que son equidistantes a un punto fijo. Se puede describir, usando un punto c (centro) y un número $\rho \in \mathbb{R}$ (radio), como todos los puntos p que satisfacen $||p - c|| = \rho$.

Objetos geométricos básicos

- Esferas y bolas.
    - Una esfera es el conjunto de todos los puntos que son equidistantes a un punto fijo. Se puede describir, usando un punto c (centro) y un número $\rho \in \mathbb{R}$ (radio), como todos los puntos p que satisfacen $||p - c|| = \rho$.
    - **Una bola** de radio ρ centrada en c consiste de todos los puntos p que satisfacen $||p - c|| \leq \rho$.