

• Una gráfica es una colección de objetos y una colección de parejas de dichos objetos. Los objetos son comúnmente llamados **vértices** y las parejas son comúnmente llamadas **aristas**.

Los objetos pueden ser cualquier cosa, como por ejemplo libros, personas, moléculas, gatos, ciudades. Cualquier cosa.



Usualmente los vértices se representan con un círculo pequeño y las aristas con una línea entre dos puntos (o un segmento de recta entre dos puntos).



Uno de los ejemplos más antiguos de una gráfica son las redes de caminos; y por lo tanto los mapas.

Los ingenieros romanos construyeron una red de caminos de más de 400,000 km a lo largo de toda Europa, Asia y África. A los mapas de caminos que cargaban los viajeros se les conocía como **Itinerarium**.



Esto es un itinerarium.

Los itineraria enlistaban los **ciudades** y otros puntos de interés así como los **caminos** que los conectaban y las distancias entre estos.

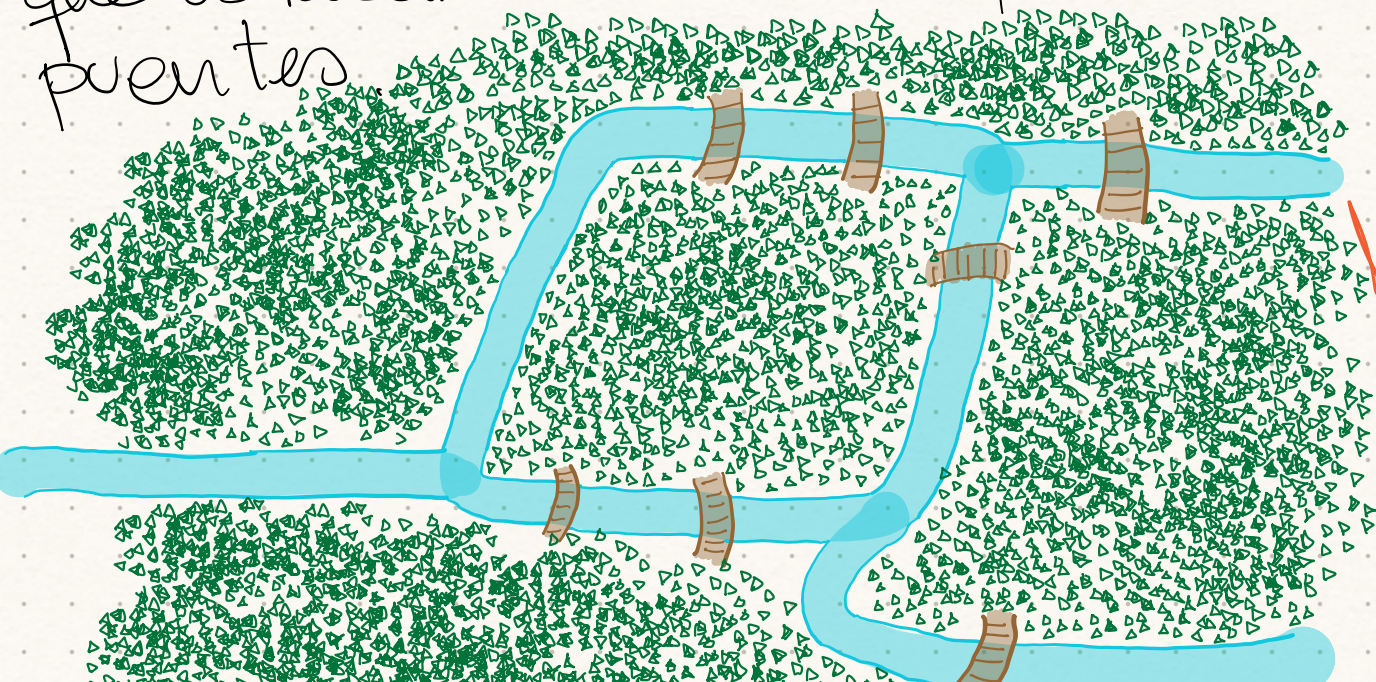
ciudades = vértices
caminos = aristas

Distintos ejemplos de gráficas han existido en la historia de la humanidad, sin embargo, la introducción formal del concepto de gráfica no ocurrió sino hasta los años 1700's.


El material que abriremos en este curso pertenece al área de la Teoría de graficas y de la Teoría de Algoritmos.

Se dice que fue el matemático Suizo Leonhard Euler quien publicó el primer artículo propiamente del área de Teoría de Graficas. Dicho artículo fue publicado en 1736 y en él Euler hacía un análisis del problema conocido como los puentes de Königsberg. Este problema era un problema muy importante ya en el área de las matemáticas

la ciudad de Königsber en Prusia estaba atravesada por el río Pregel. Esto generaba dos grandes islas que estaban conectadas por siete puentes.



Ver mapa



La pregunta que se quería responder era ¿se pueden recorrer los siete puentes sin pasar por el mismo puente más de una vez y de tal forma que el recorrido empiece y termine en el mismo sitio? Fin sección historia

= Conceptos básicos =

Definición. Una gráfica $G = (V, E)$ es una pareja de conjuntos que cumplen con las siguientes características:

1. V es un conjunto finito no vacío.
2. E es un conjunto finito de parejas de elementos de V .

A los elementos de V les llamaremos vértices y a los elementos de E les llamaremos aristas.

El número de vértices de la gráfica es su tamaño, y usualmente se denota como n . ($0 < n < \infty$).

El número de aristas de una gráfica es su grado, y usualmente se denota como m . ($0 < m < \infty$).

La complejidad de un algoritmo que opera sobre una gráfica se mide en términos de dos variables: n y m .

Ejemplo: $G = (V, E)$ con:

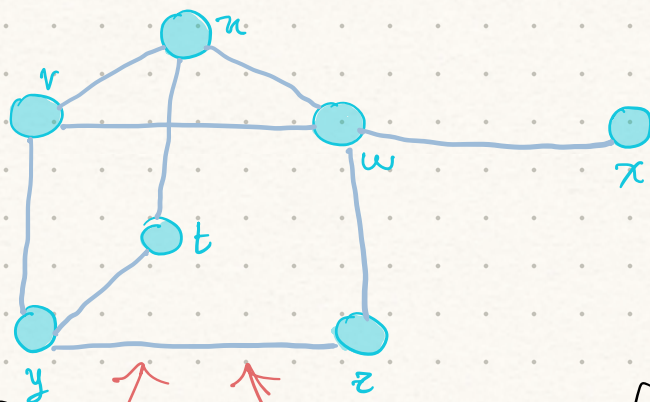
$V = \{t, u, v, w, x, y, z\}$

$E = \{tu, ty, zw, zw, vw, vy, wx, wz, yz\}$

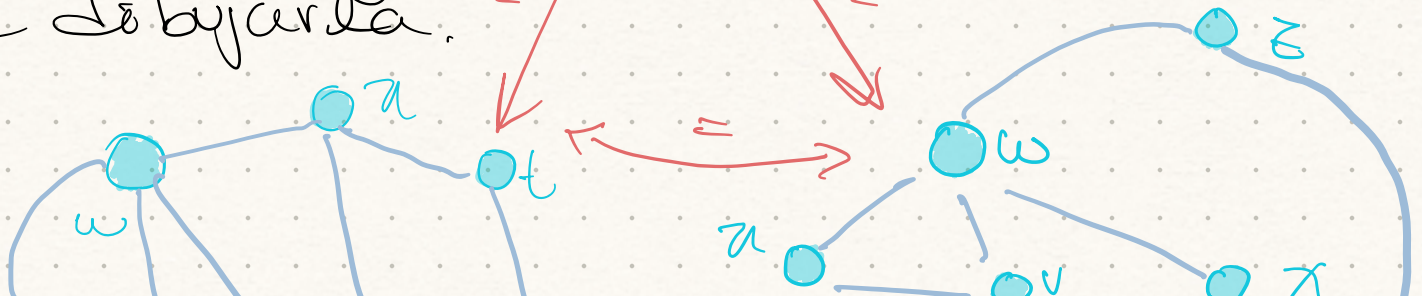
$n = |V| = 7$ y $m = |E| = 9$.

Usualmente las gráficas se representan con diagramas en los que cada vértice se representa como un pequeño círculo y cada arista como una curva (o un segmento de recta) entre dos de estos círculos.

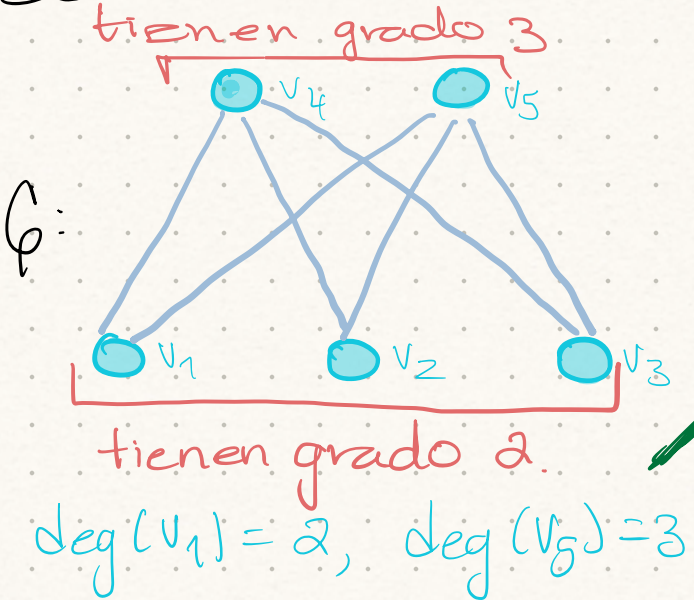
diagrama



Una misma gráfica tiene muchas formas de dibujarla.



El número de aristas que inciden en un vértice se conoce como grado y se denota como $\text{deg}(\cdot)$



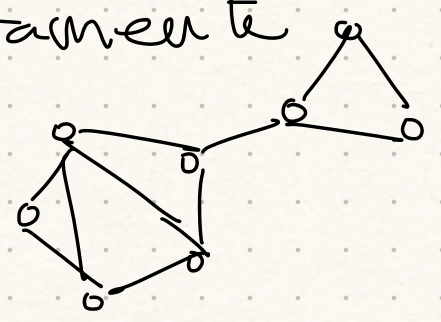
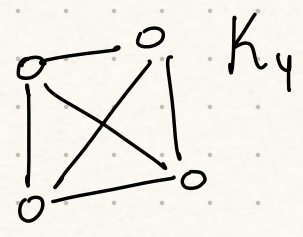
Sea $e = (u, v)$ una arista. Decimos que e incide en u y e incide en v .

$$\sum_{v \in V(G)} \text{deg}(v) = 3 + 3 + 2 + 2 + 2 = 12 = 2m.$$

Teorema. Si G es una gráfica con m aristas, entonces:

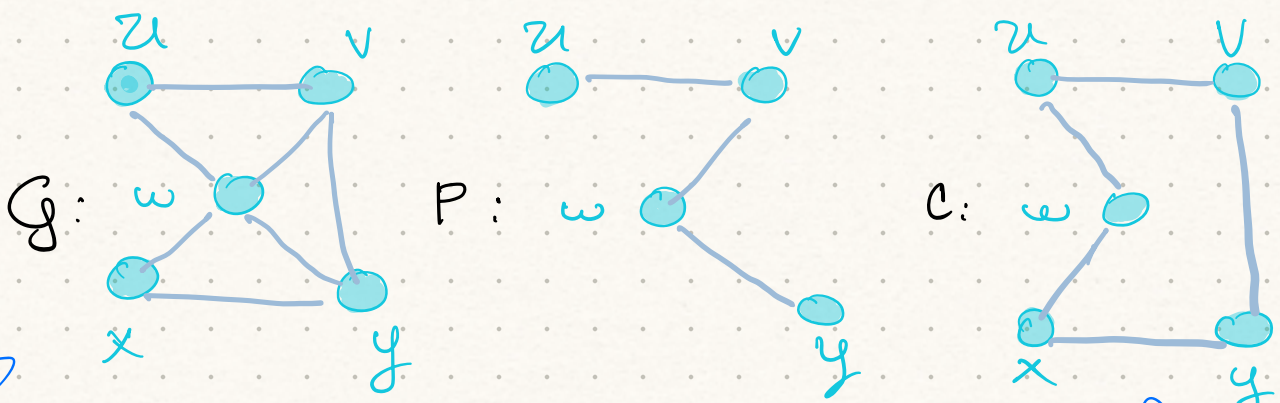
$$\sum_{v \in V(G)} \text{deg } v = 2m.$$

- Cada arista incide en exactamente dos vértices.



Definición. Un camino de G es una subgráfica de G en la cual las aristas son una secuencia en la que cada par de aristas consecutivas comparten un vértice y cualquier otro par son disjuntas.

Un ciclo es un camino en el que ni las aristas ni los vértices se repiten, y (excepto que) el vértice inicial y el vértice final son los mismos.



Un camino y un ciclo en una gráfica G .

Definición Una gráfica (no dirigida) es conexa si para todo par de vértices en la gráfica existe un camino entre ellos.

Árbol es una gráfica conexa sin ciclos.

Seguir con nota: Gráficas planas.