

Localización de una Autoimagen en el Efecto Talbot para una Rejilla Binaria

Luis Gerardo de la Fraga¹, Ponciano Rodríguez Montero² y Svetlana Mansurova²

¹Cinvestav, Departamento de Computación
Av. IPN 2508. México, D.F., México

²Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica,
AP 216, Puebla 72000, Puebla México
fraga@cs.cinvestav.mx, ponciano@inaoep.mx

Resumen

Tradicionalmente el máximo del contraste se usa como el criterio para localizar una autoimagen en el efecto Talbot. Experimentalmente hemos identificado que este criterio se vuelve ambigüo en el caso de una rejilla binaria. En este trabajo hemos analizado, experimentalmente y por medio de simulaciones numéricas comportamiento del patrón de difracción en el campo cercano que genera la autoimagen. Hemos evaluado el contraste por las técnicas del variograma y del histograma. Se comprobó que el método de histograma no identifica la posición de las autoimágenes. En cambio, la técnica del variograma muestra un máximo claramente identificable que coincide con la posición de la autoimagen.

1. Introducción

El efecto Talbot [1, 2] consiste en que al transmitirse una onda plana a través de una estructura periódica, el frente de onda se propaga en el campo cercano de tal manera que se forman múltiples réplicas de esta estructura a distancias llamadas distancias de Talbot. El efecto tiene aplicaciones múltiples en metrología [3, 4], espectrometría [5] y, recientemente, en nanolitografía [6]. Es práctica común medir las distancias Talbot evaluando la visibilidad de los patrones de Talbot por la observación directa de las distribuciones de intensidad, observando patrones de Moiré de otra rejilla similar, o almacenándolos con una cámara CCD [7, 8] con pasos posterior de procesamiento de imágenes. Se asume que el principal criterio para localizar las autoimágenes es la visibilidad de la distribución de la intensidad

$$V = \frac{I_{\text{máx}} - I_{\text{mín}}}{I_{\text{máx}} + I_{\text{mín}}} \quad (1)$$

donde $I_{\text{máx}}$ es la intensidad máxima del patrón de distribución de intensidad y $I_{\text{mín}}$ es la intensidad mínima. Se asume también que la autoimagen se localiza en el máximo de la visibilidad. Esta aseveración se mantiene para rejillas senoidales. Sin embargo es difícilmente aplicable a las rejillas que contienen más armónicas espaciales, e.g. rejillas binarias, así como en presencia del ruido o distorsión de las franjas. En algunos trabajos se utiliza el método alternativo del histograma [9] y del variograma [10] para estimar el contraste y localizar la autoimagen. En este trabajo implementamos un procedimiento de procesamiento digital de señales para localizar automáticamente las autoimágenes. Se realiza la comparación teórica y experimental de dos métodos, el de histograma y de variograma, en calidad de herramientas para ubicación de autoimágenes. Se demuestra que ambos métodos producen los resultados idénticos para el caso de una rejilla senoidal. Sin embargo, en el caso de objetos más complicados el método de variograma produce un máximo bien definido que permite localizar [10] la autoimagen, mientras que el concepto de histograma, o el contraste medido directamente con la Ec. (1) no ofrece un criterio claro.

2. Experimento

En la Fig. 1 se muestra el esquema del arreglo experimental para adquirir las imágenes que corresponden a los patrones de difracción de Fresnel de una rejilla binaria (mismo que se utilizó en [11]). Un haz proveniente de láser de He-Ne ($\lambda = 633 \text{ nm}$) con una potencia inicial de 10 mW y el diámetro de 1.5 mm se expande por medio de un objetivo de microscopio a $20\times$. Posteriormente se usa un pinhole con un diámetro igual a $10 \mu\text{m}$ para realizar el filtraje espacial. Para colimar el haz se

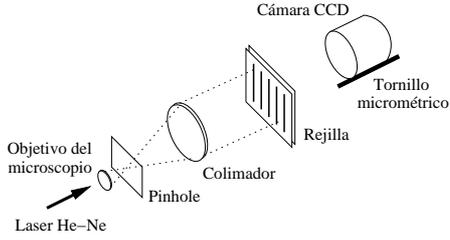


Figura 1: Esquema del arreglo óptico para observación de las autoimágenes.

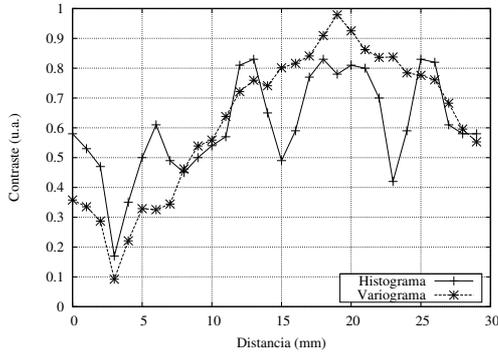


Figura 2: Resultado de la medición del contraste aplicando el método del variograma y del histograma a las imágenes de distribución de intensidad en el campo cercano obtenidos experimentalmente.

usa otra lente con una distancia focal de 200 mm y el diámetro de 25.4 mm. En calidad de un objeto periódico se selecciono una rejilla binaria con un factor de llenado igual a 0.5. Las imágenes de patrones de difracción en el campo cercano se grabaron con una cámara CCD, el tamaño de imagen es 512×480 pixels. Las imágenes se tomaron equiespaciadamente cada 1 mm.

Los imagenes almacenadas se procesaron para analizar su visibilidad utilizando el método del histograma [9] y del variograma [10]. Para el analisis se programaron ambos métodos. El método de histograma requiere de un algoritmo de optimización no lineal; nosotros escogimos la heurística llamada evolución diferencial [12] para resolver este problema. El programa por medio de histogramas se programó en lenguaje C ¹

Los resultados de calculo de histograma y de variograma en funcion de la distancia puede verse en la Fig. 2.

Se observa en la Fig. 2 que la técnica del histograma no ofrece un buen criterio para la ubicacion de autoimagen: la autoimagen está localizada en un punto distinto

¹Disponible en: <http://cs.cinvestav.mx/~fraga/Software-libre/Histogramas.tar.gz>

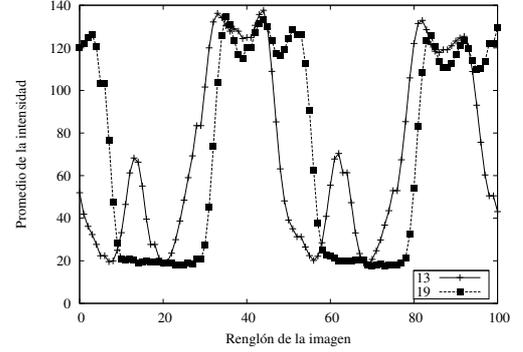


Figura 3: La distribución de intensidad en dos imagenes: ubicada a 19 mm (corresponde a autoimagen) y en otra imagen ubicada a 13 mm.

(19 mm) al que muestra el máximo contraste (13 mm). En la Fig. 3 se muestra el promedio de intensidades por renglón para las imágenes a las distancias de 13 y 19 mm. La gráfica a 13 mm tiene ligeramente un mejor contraste (su máximo es mayor que la gráfica correspondiente a la imagen a 19 mm). La variograma en funcion de distancia, sin embargo, muestra un máximo bien definido justo en el punto de ubicacion de autoimagen.

3. Simulación

Para entender el problema se realizó una simulación numérica del fenómeno. Una rejilla binaria, con un período fundamental d , puede representarse por series de Fourier como

$$g(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(-\frac{2i}{n\pi} \right) \exp \left(\frac{i2\pi xn}{d} \right). \quad (2)$$

n en la ecuación (2) solo puede tener valores impares distintos de cero.

La distribución de amplitud compleja del patrón de difracción de Fresnel $u(x, z)$ de luz con longitud de onda λ es:

$$u(x, z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(-\frac{2i}{n\pi} \right) \exp \left(\frac{-i\pi\lambda zn^2}{d^2} \right) \exp \left(\frac{i2\pi xn}{d} \right). \quad (3)$$

Y la distribución de irradiancia es simplemente el cuadrado del módulo de u :

$$I(x, z) = |u(x, z)|^2 \quad (4)$$

Las ecuaciones representadas en (4) y (3) se programaron en Octave [13]. El período de la rejilla en [11]

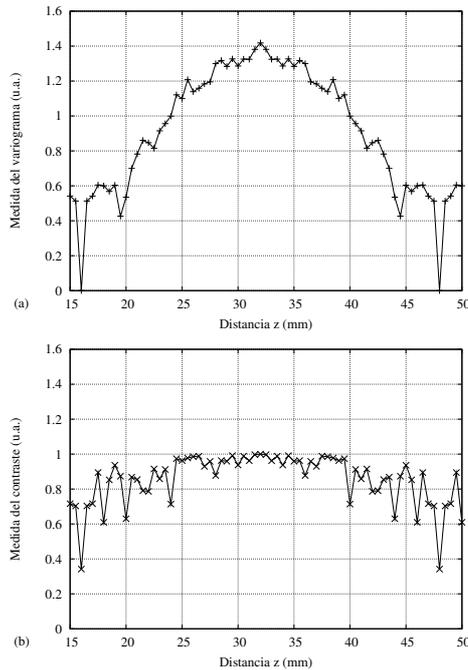


Figura 5: El contraste determinado por el método del variograma en (a), y por la Ec. (1) en (b), para los patrones de intensidad generados en la simulación. El muestreo fue realizado cada 0.5 mm.

es $100 \mu\text{m}$, para las simulaciones tomamos 30 muestras por período, por lo que cada muestra en x corresponde a $(100 \mu\text{m})/30 = 3.33 \mu\text{m}$. La distancia de Talbot es de 32 mm en [11]. Para la simulación tomamos 3200 muestras aquí, por lo que cada muestra en z corresponde a $(32000 \mu\text{m})/3200 = 10 \mu\text{m}$.

Tomando 82 coeficientes en la serie de Fourier para calcular (2), las gráficas que corresponderían a la distribución promedio de la intensidad por imagen, quedan como se muestran en la Fig. 4

Cuando suponemos que tenemos una rejilla senoidal (que sucede en la simulación cuando consideramos solo dos términos de la serie de Fourier) el contraste, definido por la Ec. (1) aumenta cuando se va llegando a la distancia de Talbot. Claramente vemos que esto no se mantiene cuando la rejilla es binaria. El contraste se mantiene aproximadamente constante (igual a 1) en un rango de distancias (aproximadamente 2-3 mm) alrededor de distancia de Talbot, lo cual está acorde a lo medido en los experimentos (ver figura 2). La dependencia del variograma calculada a partir de las simulaciones de intensidad simuladas se puede ver en la Fig. 5. Se observa una vez más que el punto de ubicación de autoimagen existe un máximo bien definido.

4. Conclusiones

Hemos visto experimentalmente, y comprobado con simulaciones, que la visibilidad calculada por medio del método de histograma no puede servir de criterio para la ubicación de autoimagen en el fenómeno del efecto Talbot.

La medición del contraste por método del variograma, en cambio, puede usarse para detectar automáticamente la posición de las autoimágenes. La relación directa entre la visibilidad y el variograma puede establecerse claramente sólo para el caso de objetos periódicos senoidales. En el caso de objetos arbitrarios la relación entre el variograma y el contraste no es tan claro.

Agradecimientos: Este trabajo fue apoyado parcialmente con el proyecto SEP-CONACyT 60240.

Referencias

- [1] H.F. Talbot. *Philos. Mag.*, (9):401, 1836.
- [2] Lord Rayleigh. *Philos. Mag.*, (11):96, 1881.
- [3] P. Chavel and T.C. Strand. *Appl. Opt.*, (23):862, 1984.
- [4] J.R. Leger and M.A. Snyder. *Appl. Opt.*, (23):1655, 1984.
- [5] K. Patorski. *Progress in Optics*. North Holland, Amsterdam, 1989.
- [6] H.H. Solak. Nanolithography with coherent extreme ultraviolet light. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, (39), 2006.
- [7] M. Takeda, H. Ina, and S. Kobayashi. Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry. *J. Opt. Soc. Am.*, (72):156–160, 1981.
- [8] R. Torroba, N. Bolognini, M. Tebaldi, and A. Tagliarferri. Positioning method based on digital moiré. *Opt. Commun.*, (209):1–6, 2002.
- [9] L.M. Sanchez-Brea, J.A. Quiroga, A. Garcia-Botella, and E. Bernabeu. Histogram-based method for contrast measurement. *Applied optics*, 39(23):4098–4106, 2000.
- [10] L.M. Sanchez-Brea, F.J. Torcal-Milla, and E. Bernabeu. Variogram-based method for contrast measurement. *Applied optics*, 46(22):5027–5033, 2007.
- [11] P. Rodríguez-Montero, C.M. Gómez-Sarabia, and J. Ojeda-Castañeda. Adaptive photodetector for assisted talbot effect. *Applied optics*, 47(24):4, 2008.
- [12] K. V. Price. An introduction to differential evolution. In D. Corne, M. Dorigo, and F. Glover, editors, *New Ideas in Optimization*, pages 79–108. McGraw-Hill, London, UK, 1999.
- [13] Gnu octave is a high-level language, primarily intended for numerical computations. www.octave.org.

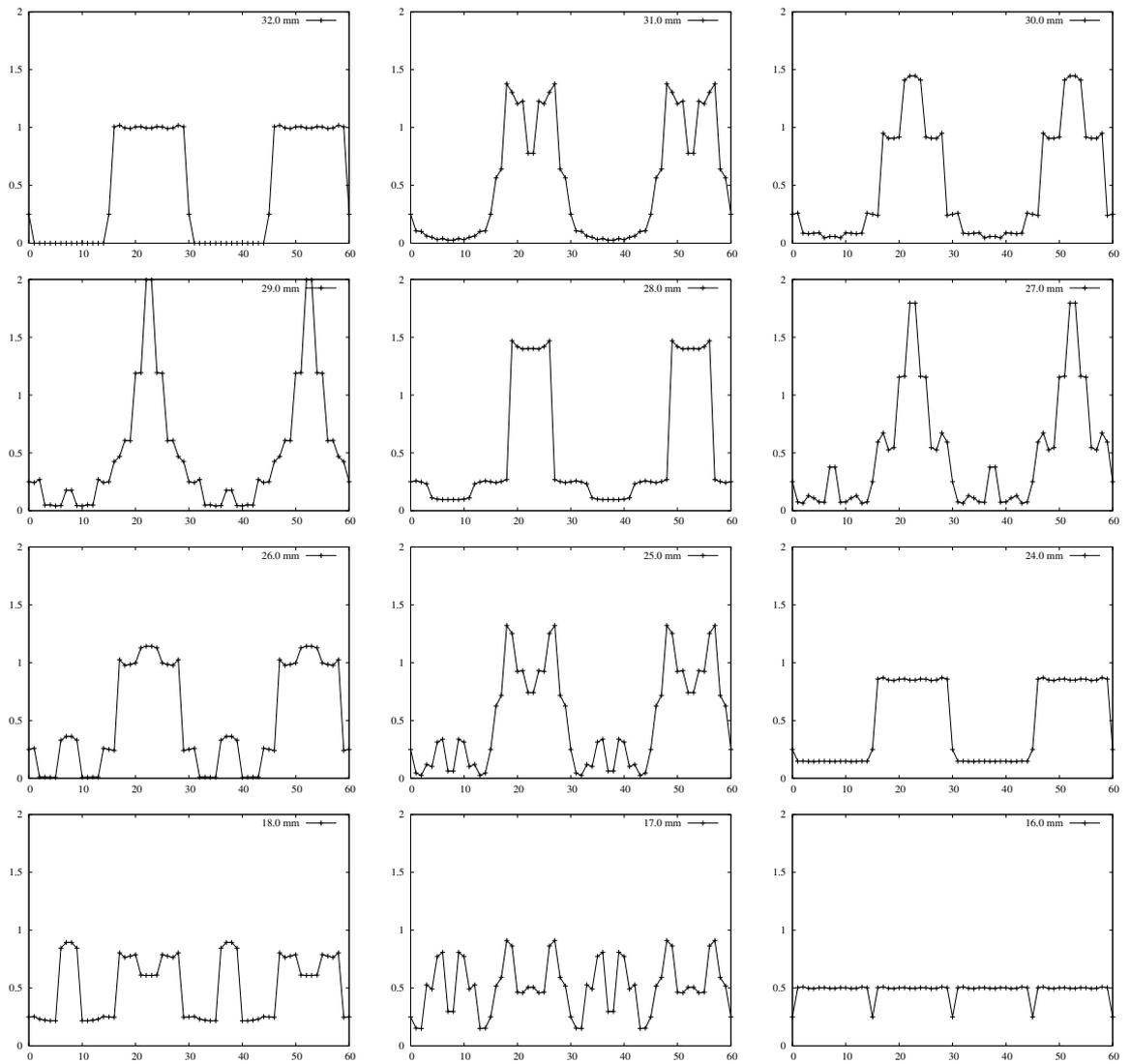


Figura 4: El patrón de difracción simulado.