Estructuras periódicas cubriendo el espacio de evoluciones en el autómata celular unidimensional regla 110

Genaro Juárez Martínez *
Harold V. McIntosh †
Juan Carlos Seck Touh Mora ‡

Abril 8, 2002

Resumen

En este reporte se realiza una descripción detallada de lo que representa el fondo periódico y los gliders en el espacio de evoluciones producido por la regla 110, encontrando que todo glider puede funcionar como ether y el ether como gliders bajo ciertas condiciones, aunque este cubrimiento es difícil de encontrar de manera natural. Finalmente se muestra que en algunos casos existen gliders que tienen más de una posibilidad para cubrir el espacio de evoluciones.

*Centro de Investigación y Estudios Avanzados del I.P.N. (CINVESTAV-IPN). Distrito Federal, México. Electronic mail: genaro@enigma.red.cinvestav.mx, genarojm@correo.unam.mx.

†Instituto de Ciencias, Universidad Autónoma de Puebla (UAP). Puebla, México. Electronic mail: mcintosh@servidor.unam.mx. Web Site: http://delta.cs.cinvestav.mx/~mcintosh

‡Centro de Investigación y Estudios Avanzados del I.P.N. (CINVESTAV-IPN). Distrito Federal, México. Electronic mail: seck@computacion.cs.cinvestav.mx.

1 Introducción

Los comportamientos complejos producidos por la regla 110 no son fáciles de explicar, uno de tales fenómenos es como interactuan el fondo periódico con estructuras desplazandose en el espacio de evoluciones.

El estudio sobre las características que presentan los gliders y el ether son presentados por Matthew Cook en [Cook99], por su parte Harold V. McIntosh desarrolla todo un estudio presentandolo como un problema de cubrir el espacio de evoluciones con polígonos en [Mc99] y [Mc00]. La construcción básica de los gliders es descrita en [Jua01] y [JM01], ilustrando la cantidad de polígonos necesarios para poder representar cualquier estructura en el espacio de evoluciones.

En este trabajo nos enfocamos al problema de cubrir el espacio de evoluciones con los polígonos que funcionan como mosaicos, tomando como base las características que produce el ether por sí mismo. Encontrando que estas estructuras en algunas ocaciones pueden cubrir el espacio de evoluciones en al menos un camino.

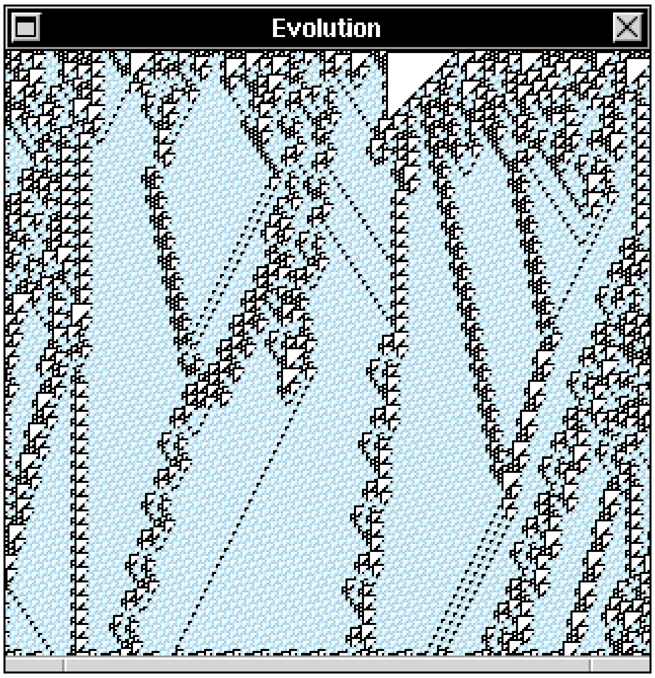

Figura 1: Evolución típica de la regla 110

En la Figura 1 se ilustra una evolución típica de la regla 110, en una configuración inicial aleatoria con una densidad de 0.75, en un anillo de 318 células en 298 generaciones. En esta imajen se pueden observar los gliders A, B, Bbar, C_n, D_n, E, Ebar, F y G [Cook99].

2 Fondo periódico "ether"

El espacio de evoluciones es caracterizado por dos tipos de triángulos equilateros alfa-α y beta-β a los que representaremos como T_n, donde n representa el tamaño del triángulo para toda $n \geq 1$, tal como lo describe McIntosh en [Mc99].

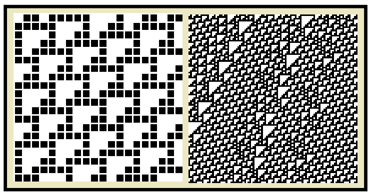

Figura 2: Ether y los gliders Bbar8, G y Ebar respectivamente

En la Figura 2 se ilustra lo que es el ether y algunos gliders desplazandose en este fondo periódico, donde los margenes del ether permiten la existencia de estructuras que se desplazan con incrementos de 1/2 y decrementos de 2/3.

En realidad toda estructura periódica o no periódica debe respetar esta alineación del ether, en la producción de T_n's [Mc00] algunas descomposiciones son originadas por choques de gliders, por ejemplo para obtener un T24 sus transicientes son largas y la alineación en estas transientes pueden ser enumeradas por sus margenes periódicos [Jua01].

El ether esta constituido por T3-beta y estos cubren el espacio de evoluciones, los mosaicos que pueden cubrir el espacio de evoluciones por sí mismos son T1, T2, T3 y T4, como se puede observar en la Figura 3.

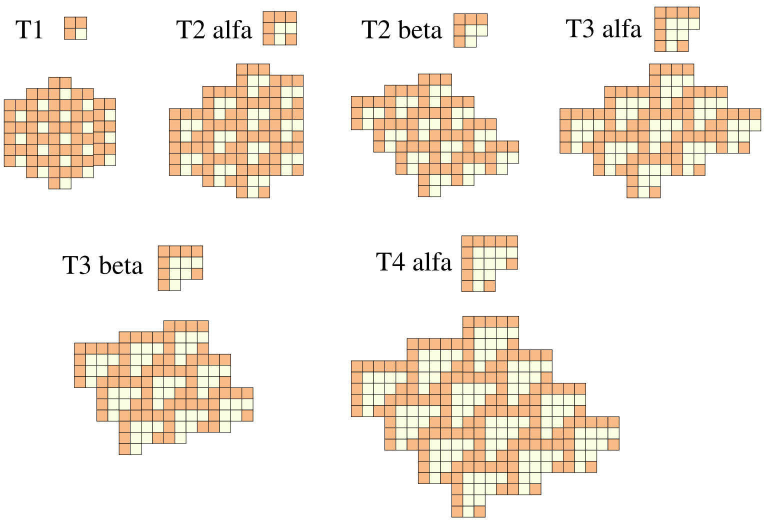

Figura 3: Mosaicos cubriendo el espacio de evoluciones

En el caso del T4 beta y Tn mayores que 5 no es posible cubrir el espacio de evoluciones, únicamente es posible empleando mosaicos adicionales.

3 Gliders cubriendo el espacio de evoluciones

Para cubrir el espacio de evoluciones con mosaicos o gliders solo se tiene que cuidar en no violar la regla de evolución, pues lógicamente se pueden utilizar muchas combinaciones sin respetarla.

3.1 Glider A

El glider A tiene una manera de cubrir el espacio de evoluciones en este caso coincide con el ejemplo del mosaico T1, este glider puede cubrir el espacio de evoluciones sin la intervención del T3 beta porque sus márgenes corresponden con los márgenes positivos del ether de 1/2, como se ilustra en la Figura 4.

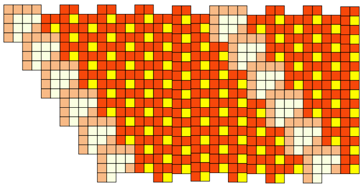

Figura 4: Glider A cubriendo el espacio de evoluciones

3.2 Glider B

El glider B no puede cubrir el espacio de evoluciones por sí solo, en este caso es necesaria la existencia del ether para determinar la distancia necesaria entre gliders, como se ilustra en la Figura 5.

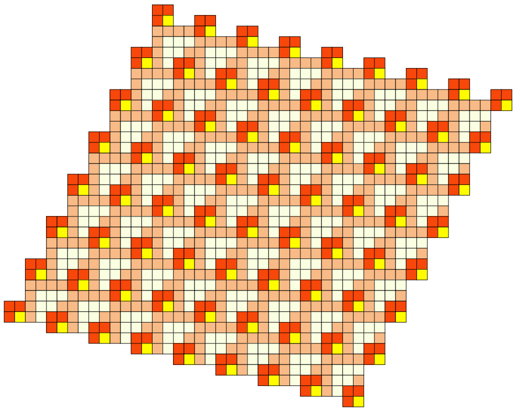

Figura 5: Glider B cubriendo el espacio de evoluciones

3.3 Gliders Bbar's

Los gliders Bbar's pueden cubrir el espacio de evoluciones por sí solos y esto es posible porque sus margenes corresponden con los márgenes negativos del ether igual a -2/3, como se ilustra en la Figura 6.

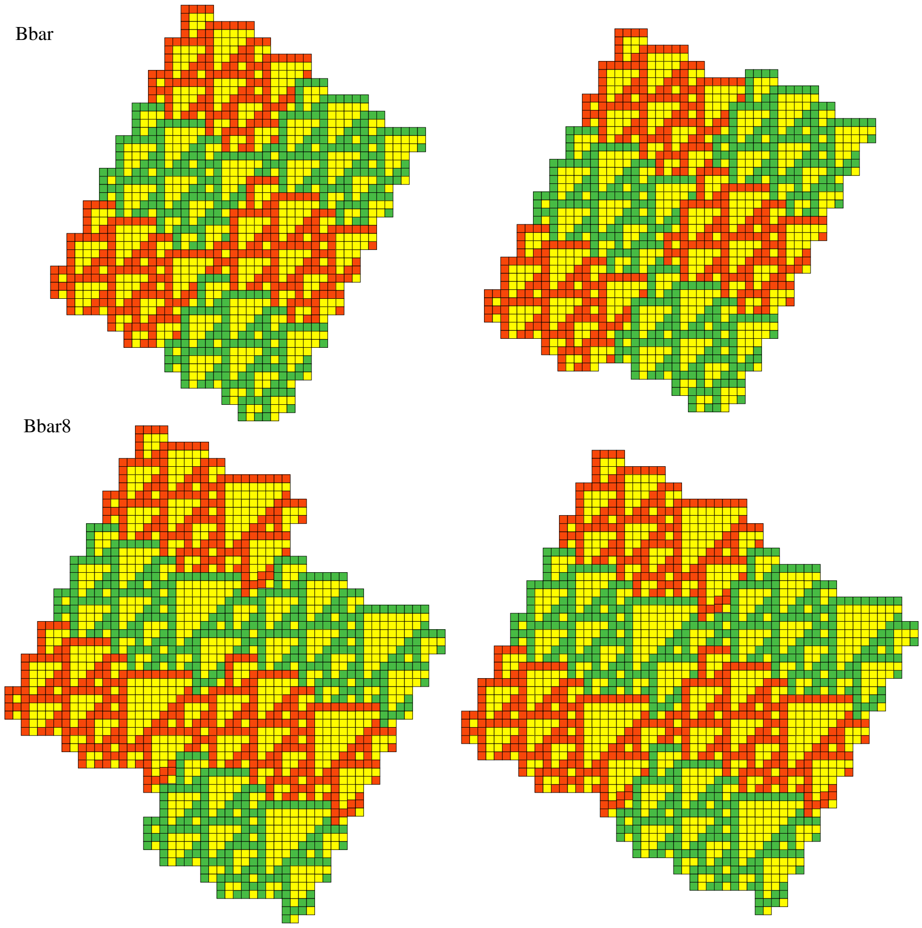

Figura 6: Gliders Bbar's cubriendo el espacio de evoluciones

El glider Bbar y Bbar8 tienen dos formas de cubrir el espacio de evoluciones, una tercera posibilidad viola la regla de evolución. Puede verse que grupos de gliders pueden ser formados, si se toma en consideración listar todos los choques posibles, una opción es revisar choques de gliders con grupos de gliders. De esta manera calcular todas las posibilidades se vuelbe un problema de infinitud.

3.4 Gliders C's

Los gliders C1, C2 y C3 pueden cubrir el espacio de evoluciones empleando T3 beta, su velocidad 0 permite crear columnas de estos gliders que algunas veces pueden ser encontrados de manera natural en el espacio de evoluciones, como se ilustra en la Figura 7.

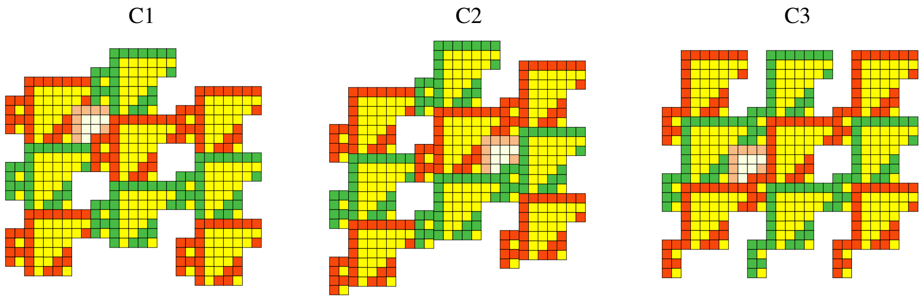

Figura 7: Glider C's cubriendo el espacio de evoluciones

3.5 Gliders D's

Los gliders D1 y D2 pueden cubrir el espacio de voluciones de dos maneras, notando que su alineación es la misma con respecto al otro glider D, tal como se ilustra en la Figura 8

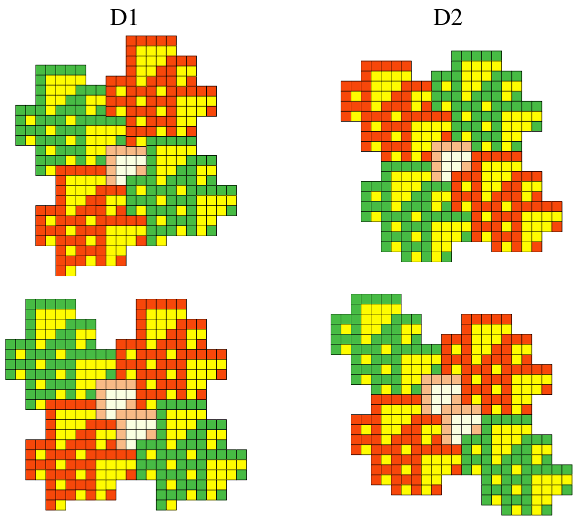

Figura 8: Gliders D's cubriendo el espacio de evoluciones

3.6 Gliders E's

El glider E puede cubrir el espacio de evoluciones de una manera, el glider Ebar de dos maneras, como se ilustra en la Figura 9.

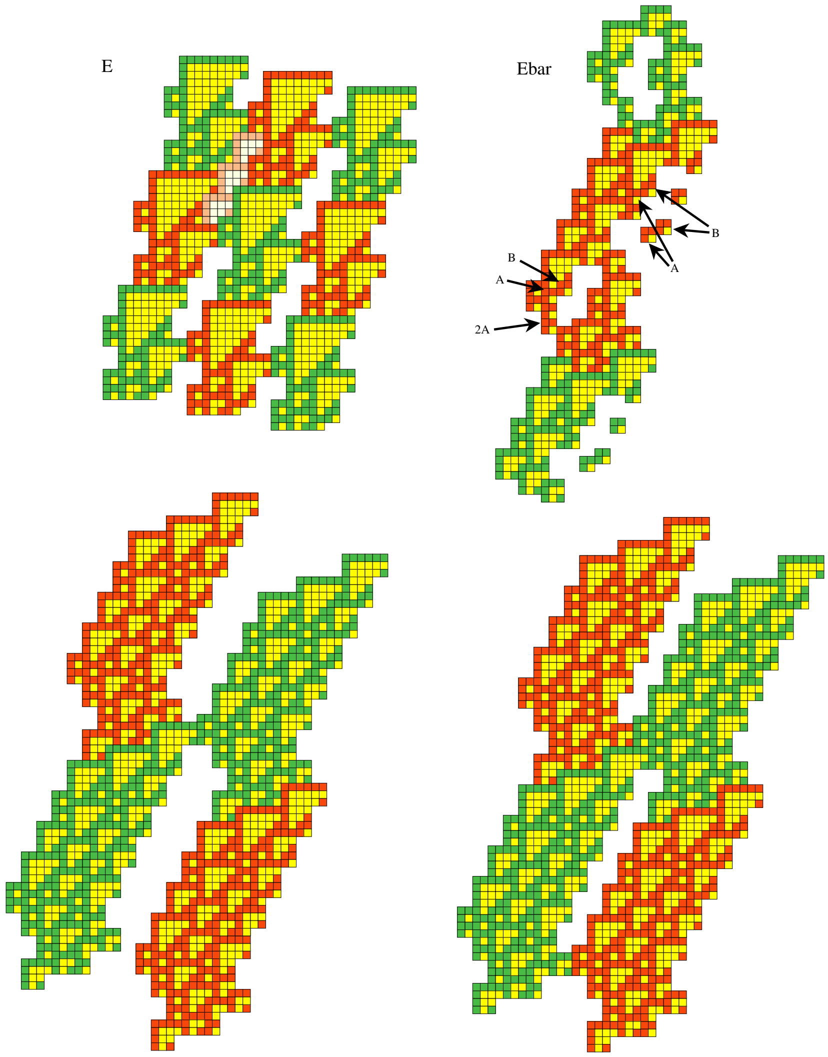

Figura 9: Gliders E's cubriendo el espacio de evoluciones

Nótese que el glider Ebar puede ser visto como un producto de choques y descomposiciones, los choques de gliders A's y B's producen una corta descomposición que es controlada por otros choques de este tipo de gliders.

3.7 Glider F

El glider F puede cubrir el espacio de evoluciones de tres maneras, como se ilustra en la Figura 10.

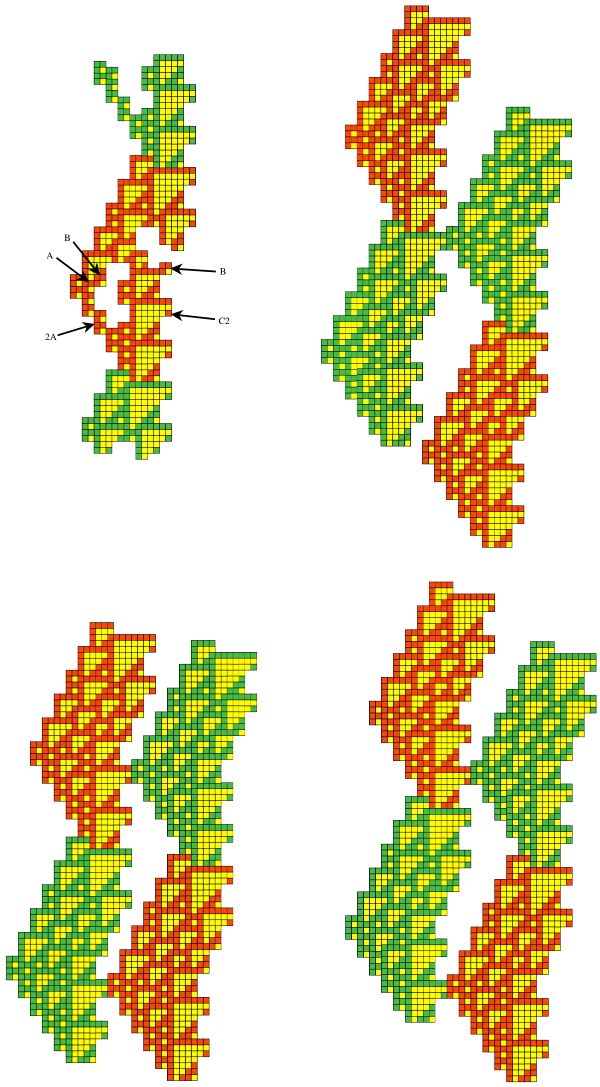

Figura 10: Glider F cubriendo el espacio de evoluciones

El glider F puede ser visto como un producto de choques y pequeñas descomposiciones, los choques se producen entre los gliders A, B y C2, además de un grupo de 2A. Por otra parte, observe que el márgen izquierdo del glider F es igual al márgen izquierdo del glider Ebar.

3.8 Glider G

El glider G puede cubrir el espacio de evoluciones de ocho maneras, como se ilustra en la Figuras 11 y 12.

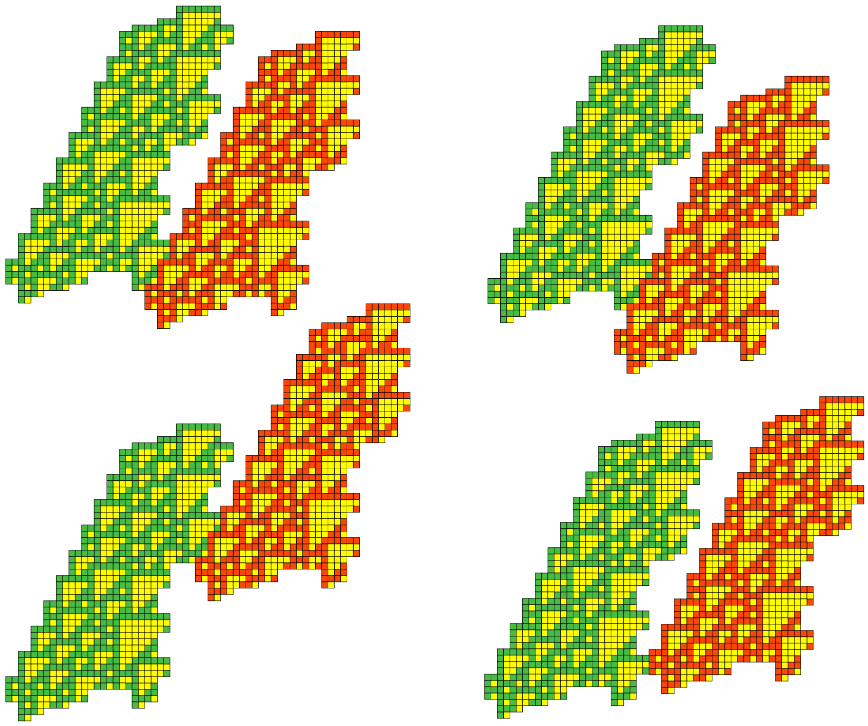

Figura 11: Glider G cubriendo el espacio de evoluciones (primera parte)

Entre más grande es el glider el número de posibilidades crece con respecto a sus puntos de contacto y las distancias que permite el glider G. En cada uno de estos casos se reviso que el glider no traslapara con el mismo, ya que esto origina un choque no-propio [Jua02], es decir, un choque que no puede ser producido de manera natural solo puede ser generado por una descomposición que genere un intervalo muy cercano.

Un buen programa de dibujo y un poco de paciencia permiten obtener estos resultados, sin embargo se pueden obtener utilizando el programa "osxlcau21" desarrollado para la regla 110 en particular, disponible libremente en [Osx01].

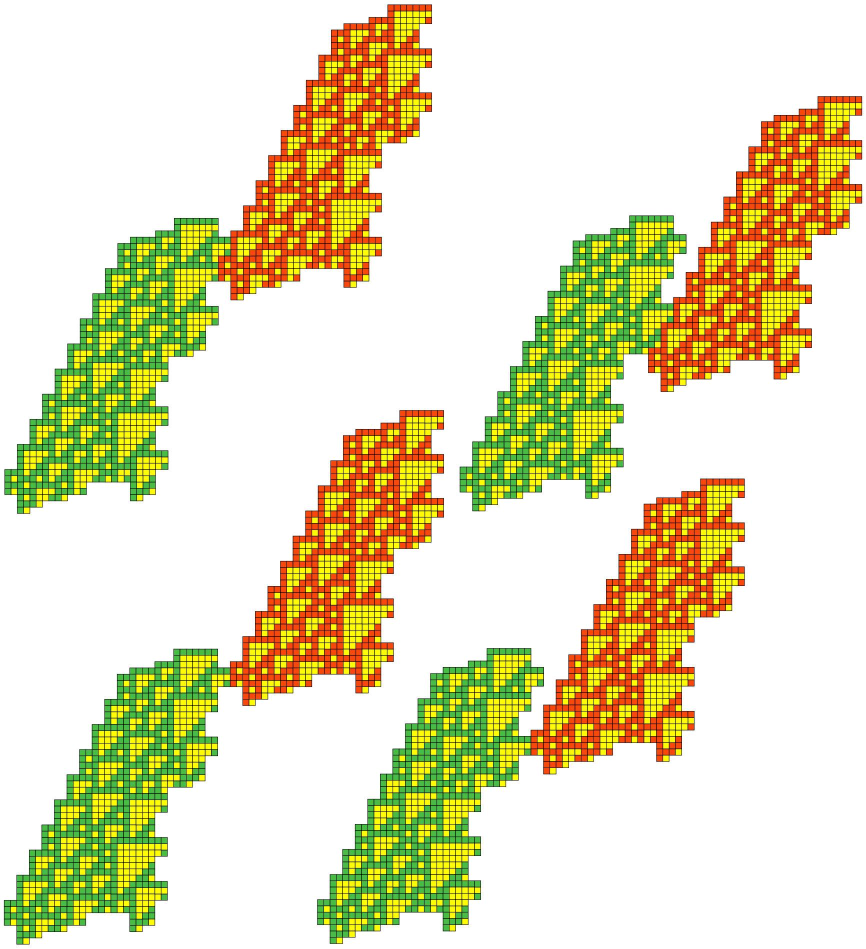

Figura 12: Glider G cubriendo el espacio de evoluciones (segunda parte)

3.9 Glider H

El glider H esta constituido de 224 mosaicos [Jua01] y puede cubrir el espacio de evoluciones de dos maneras, como se ilustra en la Figuras 14, 15 y 16.

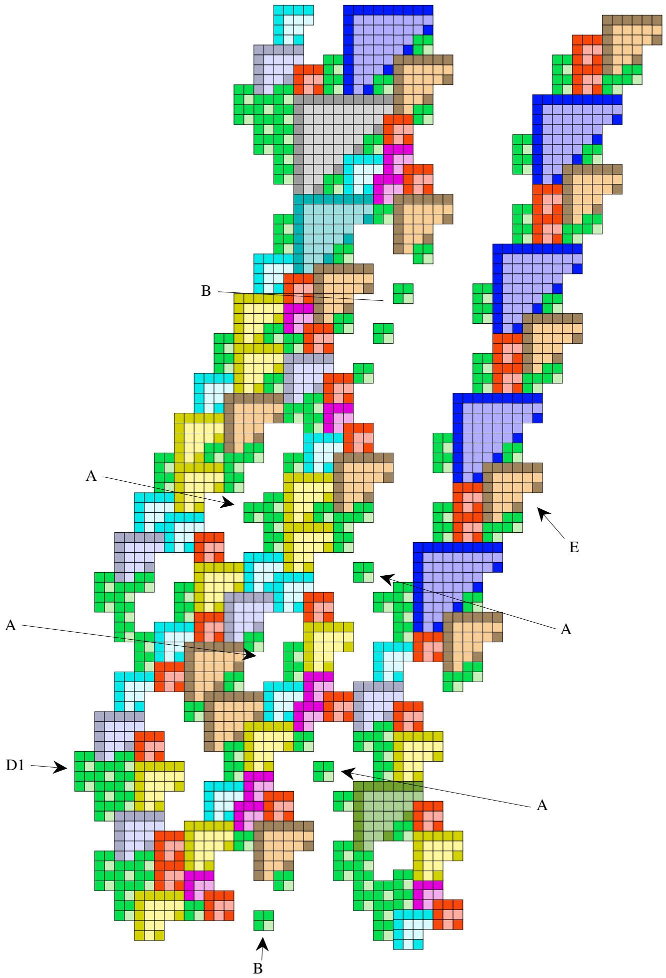

Figura 13: Choques y mosaicos del glider H

El glider H es el producto de una descomposición en su lado derecho chocando con un glider E como se ilustra en la Figura 13, teniendo una velocidad de -9/46. Nótose que en su evolución pueden indentificarse el choque de algunos gliders.

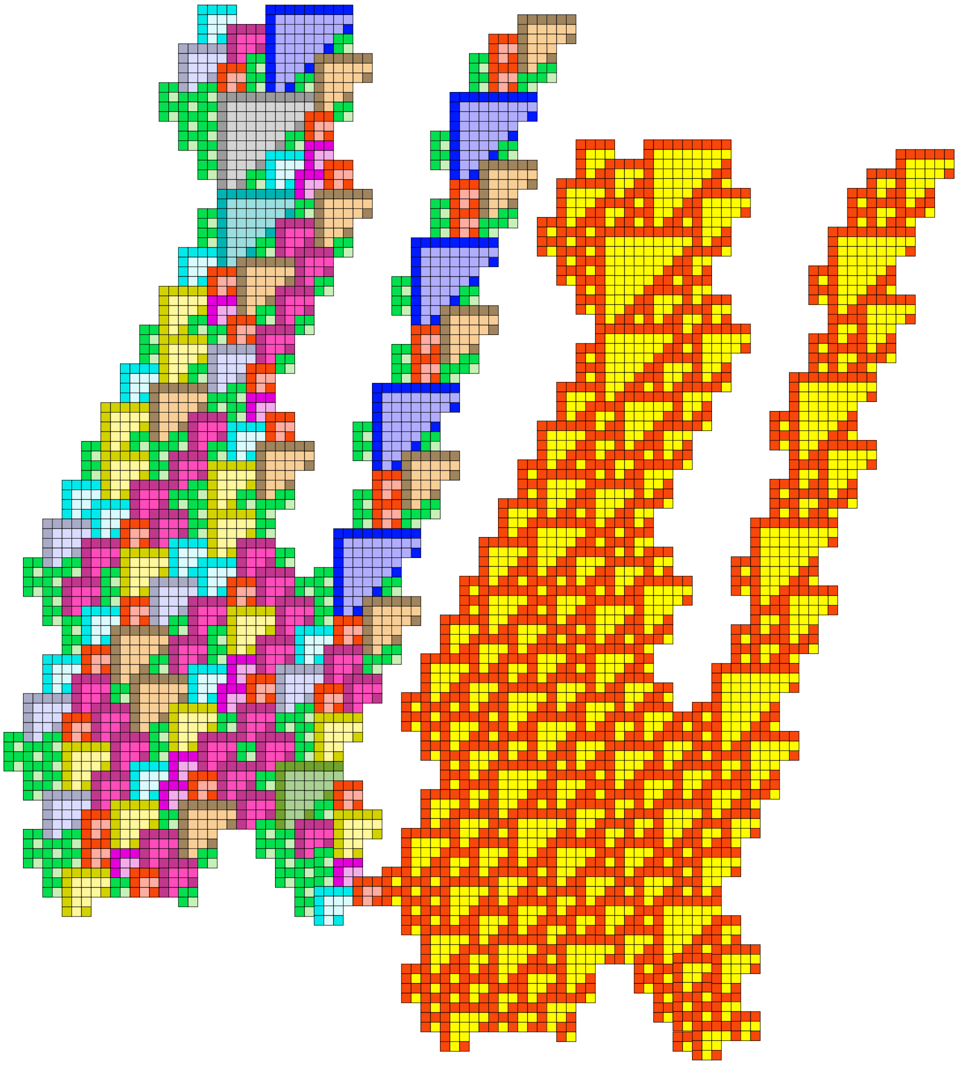

Figura 14: Glider H cubriendo el espacio de evoluciones (primera caso)

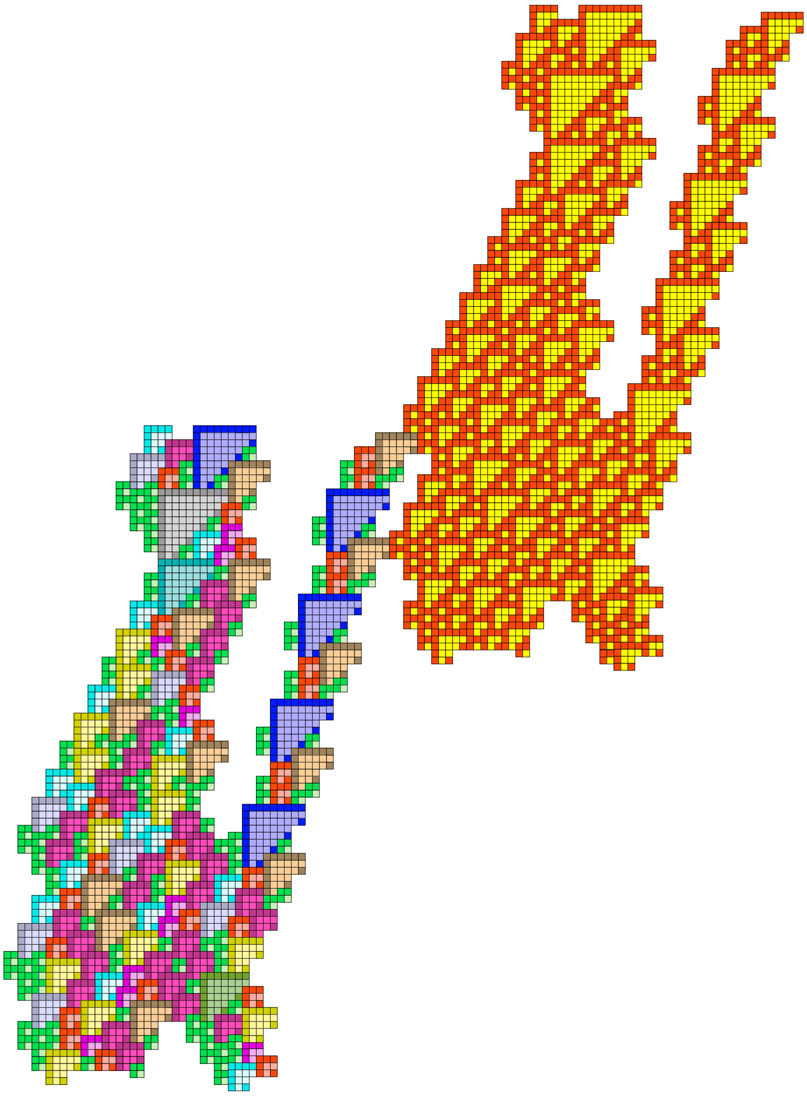

Figura 15: Glider H cubriendo el espacio de evoluciones (segunda caso)

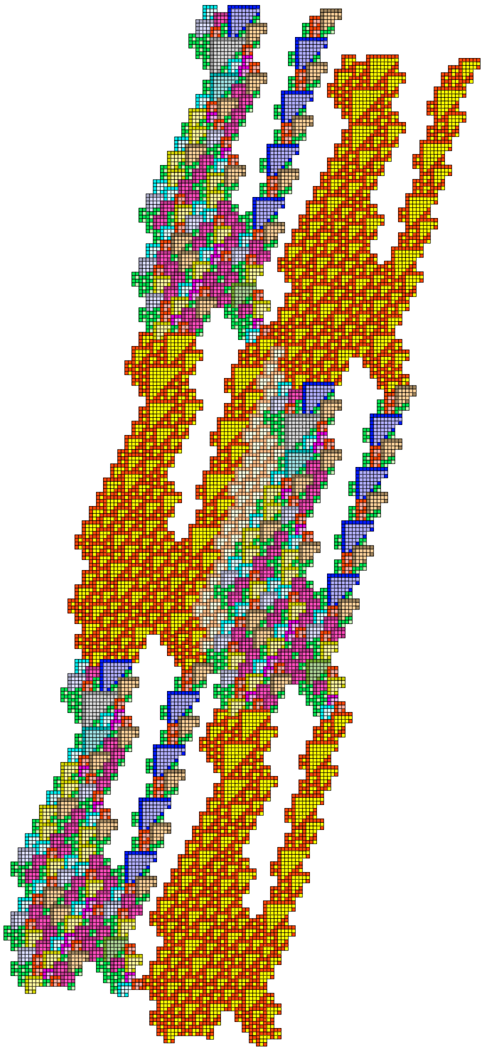

Figura 16: Este es un ejemplo de como el glider H (primer caso), cubre el espacio de evoluciones abarcando un espacio considerable

Una evolución del glider H es una obra de arte, aunque la probabilidad de encontrarlo en el espacio de evoluciones es muy baja, Cook comenta que el glider H es un producto de tres gliders, no obstante su complejidad resalta a simple vista.

4 Conclusiones

Una primera observación es la generación de gliders, se puede ver que los primeros gliders de la lista estan formados por un acomodamiento de los mosaicos, de manera que el T3 beta no intervenga. Por otra parte existen gliders que pueden ser vistos como productos de otros choques, algunos no triviales como el glider H. Este es un problema de como determinar la generación de gliders a partir de "gliders básicos" [Jua02].

Los gliders pueden cubrir el espacio de evoluciones sin violar la regla de evolución y aunque parece una consecuencia lógica por su interacción que tienen con el ether, es interesante ver que en algunos casos el número de posibilidades es mayor que una.

En la Tabla 4 se puede ver de que maneras un glider puede cubrir el espacio de evoluciones.

glider	núm. de cubrimientos
A	1 *
B	1
Bbar's	2 *
C's	1
D's	2
E	1
Ebar	2
F	3
G	8
H	2

Tabla 1: Número de veces que un glider puede cubrir el espacio de evoluciones (* es cubrimiento total, sin la intervención del ether)

Utilizando las fases del ether se pueden obtener todas las secuencias para una fase en particular de cualquier estructura periódica.

Los puntos de contacto para los gliders son determinados por los margénes mi y mp, pero a su vez estos margénes estan determinados por las fases del ether, como se explica en [Jua01].

Sabemos que el número de choques que existen entre dos gliders g_i y g_j esta representada por la siguiente ecuación:

$$c = |(mp_{g_i} * mi_{g_j}) - (mp_{g_j} * mi_{g_i})|. \tag{1}$$

Finalmente se puede decir que el número de veces que un glider puede cubrir el espacio de evoluciones es menor o igual a c.

Un trabajo interesante en formalizar el número de choques posibles en los gliders de manera general puede ser consultado en [HSC01], donde los resultados generados a través del estudio de mecánica computacional pueden ser aplicados en la regla 110.

Es interesante ver como grupos de gliders pueden ser coordinados, un estudio interesante de gliders en autómatas celulares de una dimensión puede ser consultado en [Wue99].

Finalmente estos grupos de gliders pueden originar una serie de choques para obtener alguna producción en particular, por ejemplo calcular algún Tn de cierto tamaño, como lo ilustra McIntosh en [Mc00].

Los puntos de contacto permiten determinar un choque que se desee, por ejemplo aquellos choques binarios que presentan el fenómeno solitón, que en [Jua02] son analizados con detalle. Una lista completa de todos los choques binarios en la regla 110 puede ser consultada en el atlas [JM01].

Referencias

[BCG82] Elwyn R. Berlekamp, John H. Conway and Richard K. Guy, *Winning Ways for your Mathematical Plays*, Academic Press, 1982 (ISBN 0-12-091152-3) vol. 2, chapter 25.

[Cook99] Matthew Cook, "Introduction to the activity of rule 110" (copyright 1994-1998 Matthew Cook), http://w3.datanet.hu/˜cook/Workshop/CellAut/Elementary/Rule110/110pics.html, January 1999.

[HSC01] Wim Hordijk, Cosma Rohilla Shalizi and James P. Crutchfield, "Upper Bound on the Products of Paticle Interactions in Cellular Automata", *Physica D* **154**, 240-258, 2001.

[JM01] Genaro Juárez Martínez and Harold V. McIntosh, "ATLAS: Collisions of gliders like phases of ether in rule 110", http://delta.cs.cinvestav.mx/˜mcintosh, August 2001.

[Jua01] Genaro Juárez Martínez, "Margenes periódicos en la regla 110 con correspondencia biyectiva en estructuras periódicas que definen puntos de contacto y velocidad máxima", http://delta.cs.cinvestav.mx/˜mcintosh, Octubre 2001.

[Jua02] Genaro Juárez Martínez, "Solitones en el autómata celular unidimensional regla 110", http://delta.cs.cinvestav.mx/˜mcintosh, Abril 8, 2002.

[Jua] Genaro Juárez Martínez, "Produciendo gliders a través de choques binarios en la regla 110", *en preparación*.

[Mc99] Harold V. McIntosh, "Rule 110 as it relates to the presence of gliders", http://delta.cs.cinvestav.mx/˜mcintosh, January 1999.

[Mc00] Harold V. McIntosh, "A Concordance for Rule 110", http://delta.cs.cinvestav.mx/˜mcintosh, April 2000.

[MSCJ01] Harold V. McIntosh, Juan Carlos Seck Tuoh Mora, Sergio V. Chapa Vergara y Genaro Juárez Martínez, "Gliders en autómatas celulares de una dimensión", http://delta.cs.cinvestav.mx/~mcintosh, Diciembre 2001.

[Wue99] Andrew Wuensch, "Classifying Cellular Automata Automatically", *Complexity*, vol. 4, no. 3, 47-66, 1999.

[Osx01] Programa "OSXLCAU21" disponible en los sistemas OpenStep y Mac OS X, viable de manera gratuita en http://delta.cs.cinvestav.mx/~mcintosh/comun/s2001/s2001.html, Agosto 2001.